

*Носов Михаил Александрович  
Семенов Кирилл Александрович*

# *Физика цунами*

*Межфакультетский учебный курс Московского государственного  
университета имени М.В.Ломоносова*

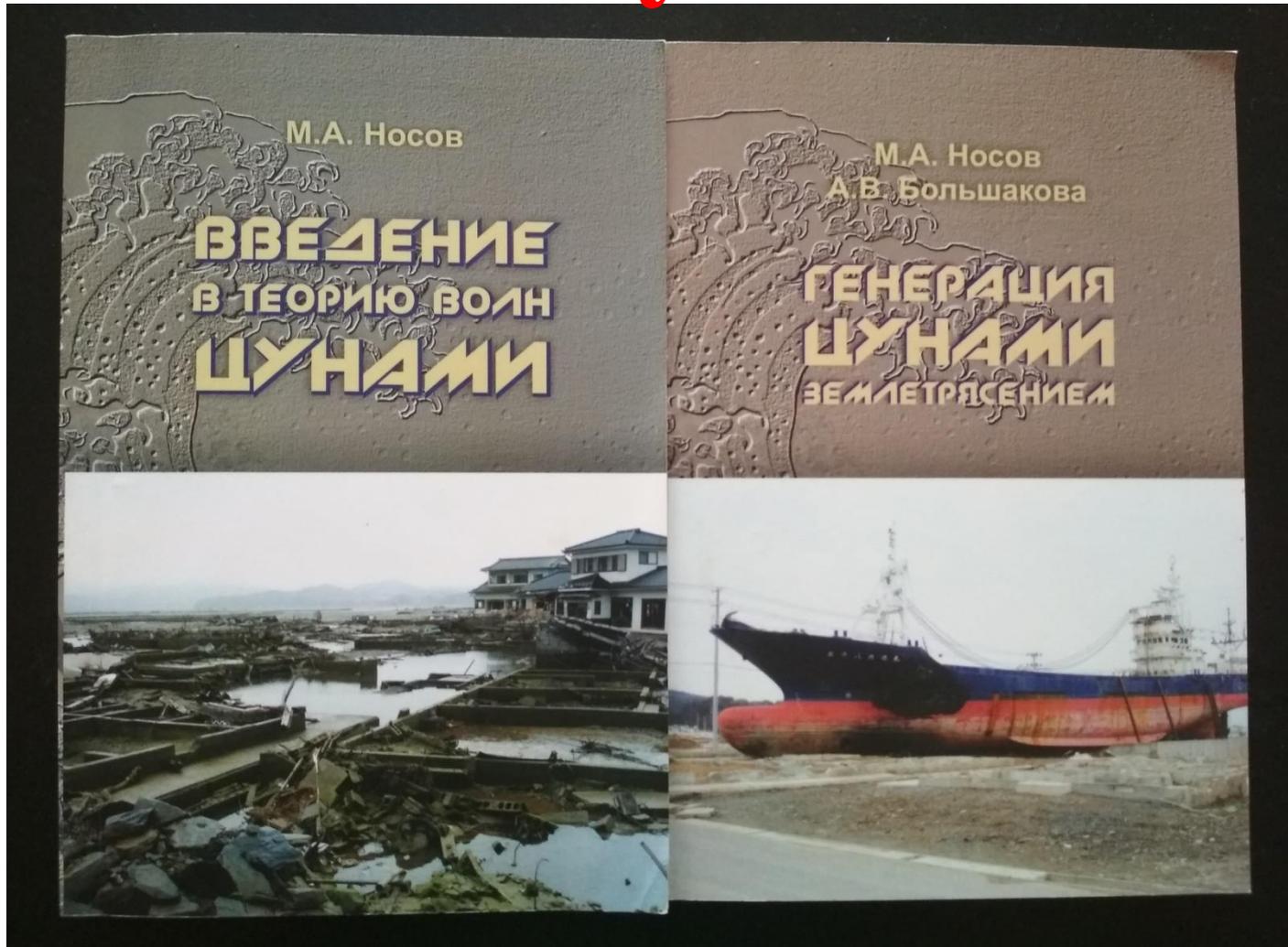
*Лекция №5*





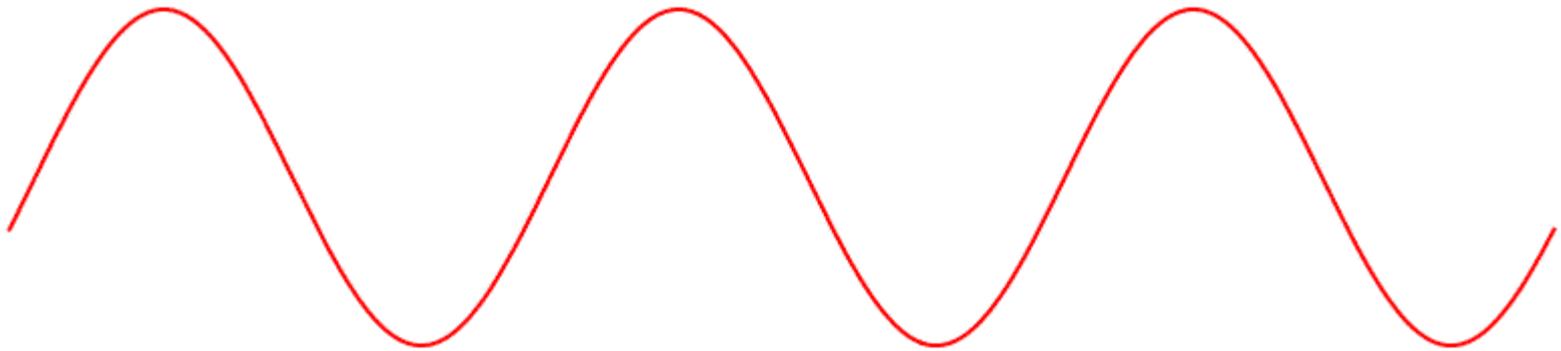
**Математическое описание  
волн цунами**

# Математическое описание волн цунами



# Волны – процесс распространения колебаний в пространстве

*[Школьный учебник физики]*



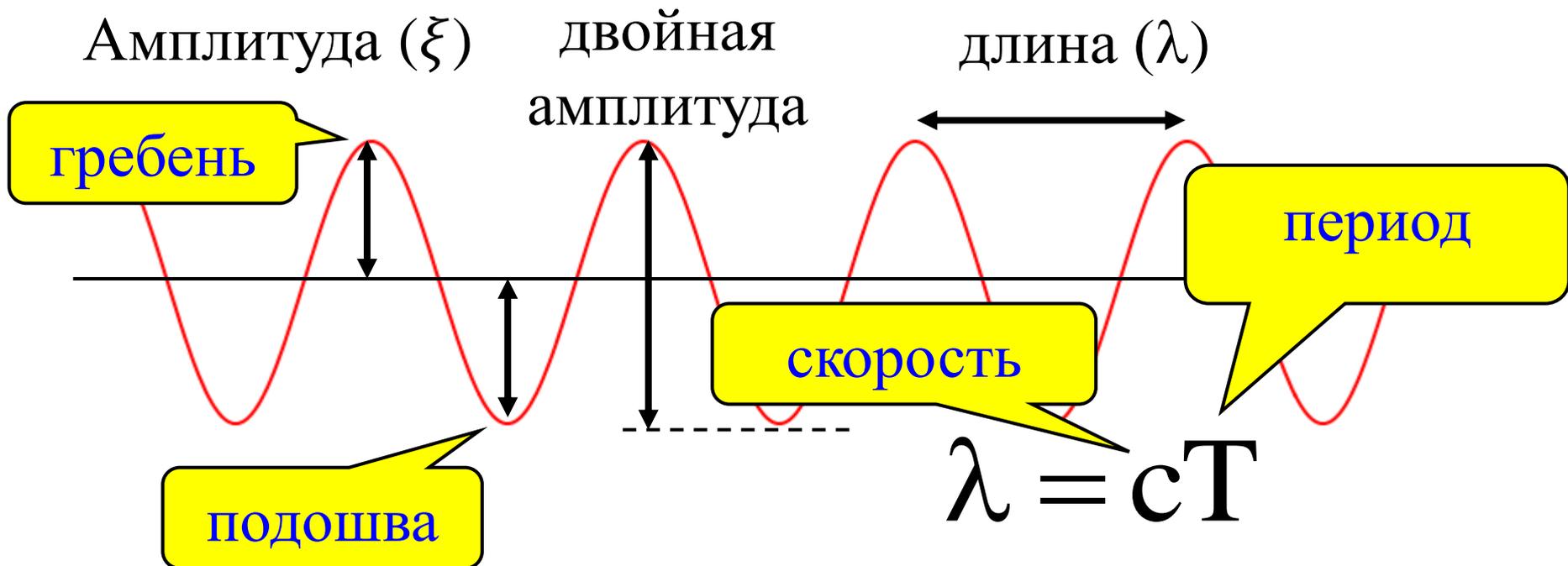
**Волны** – изменения некоторой совокупности физических величин (полей), способные перемещаться (распространяться), удаляясь от места их возникновения, или колебаться внутри ограниченных областей пространства

*[Физическая энциклопедия]*

---

# Волны – процесс распространения колебаний в пространстве

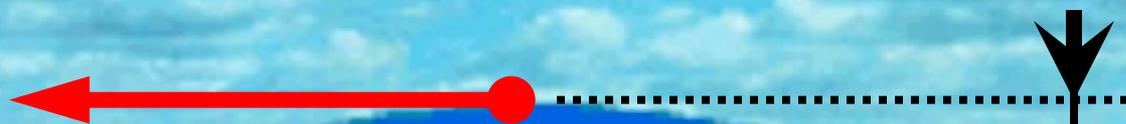
*[Школьный учебник физики]*



Смотри,  
волна  
цунами!  
!



А я не вижу  
никакой  
волны!!!



$\lambda = 100 - 1000$  км

$\xi \sim 1$  м

$H \approx 4$  км

$$c = \sqrt{gH} \approx 200 \text{ км/ч}$$

# Математические подходы

## Алгебраические уравнения

*ищем числовое значение переменной  $x$*

Уравнение:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

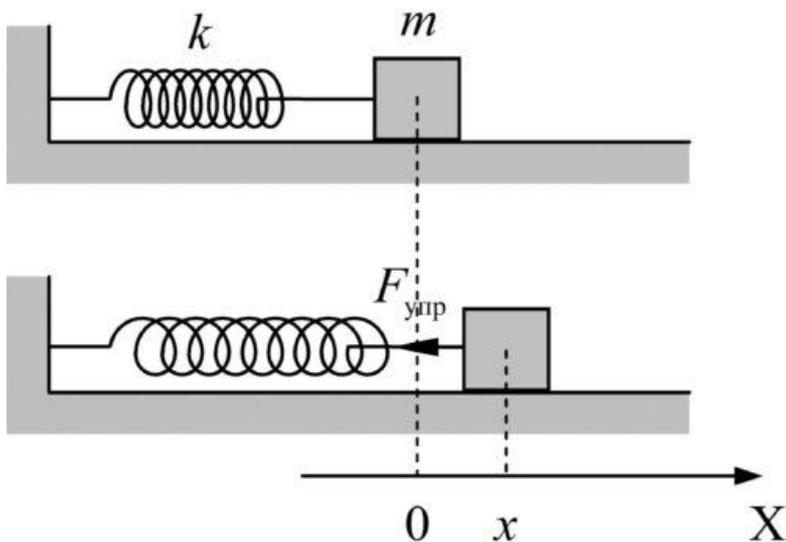
Его решение:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

# Математические подходы

## Дифференциальные уравнения

*ищем функцию  $x(t)$  – зависимость координаты грузика от времени*



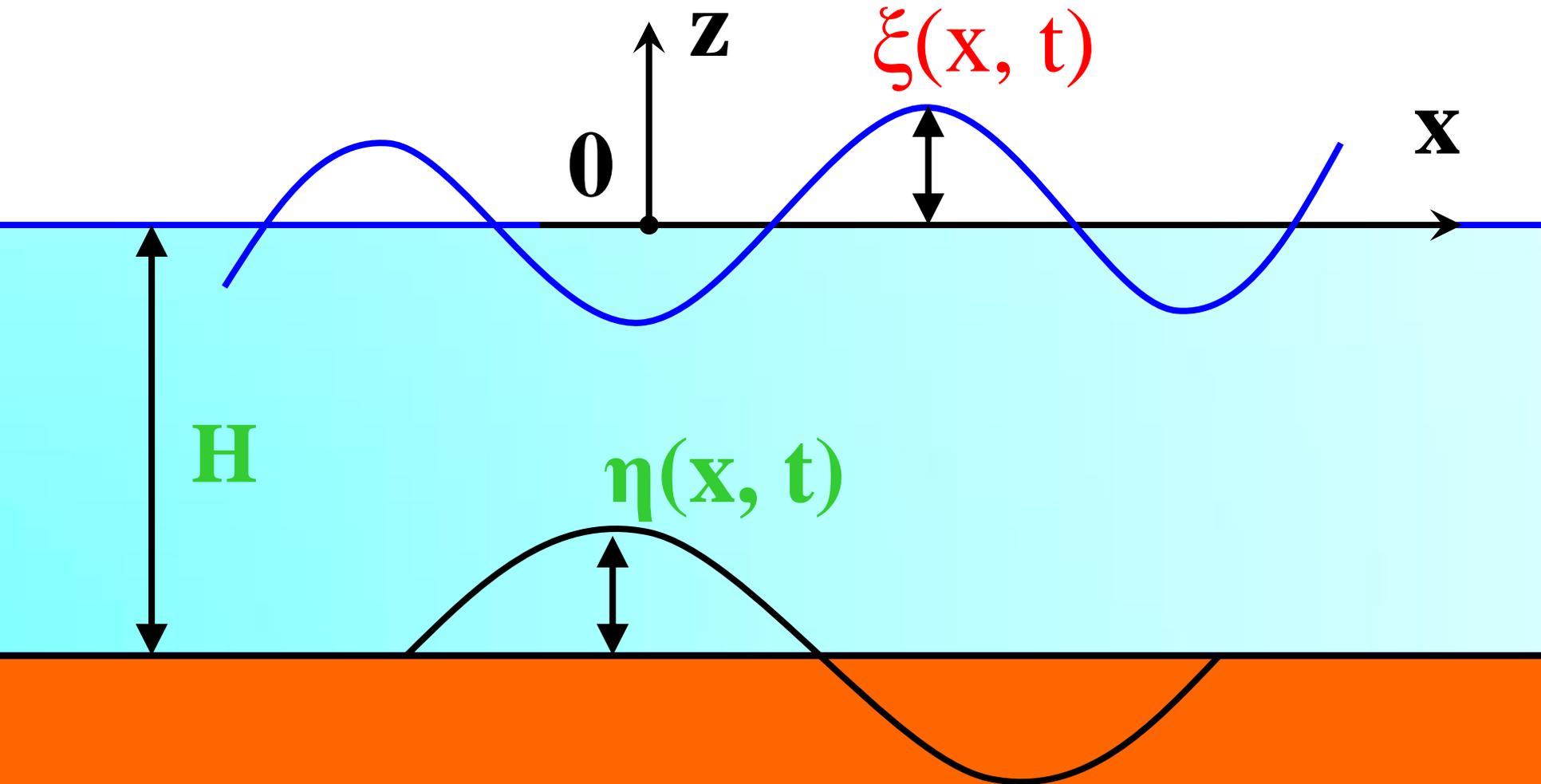
Уравнение:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{k}{m} x(t) = 0$$

Его решение:

$$x(t) = a \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t + \varphi_0\right)$$

# Простейшая задача о генерации цунами



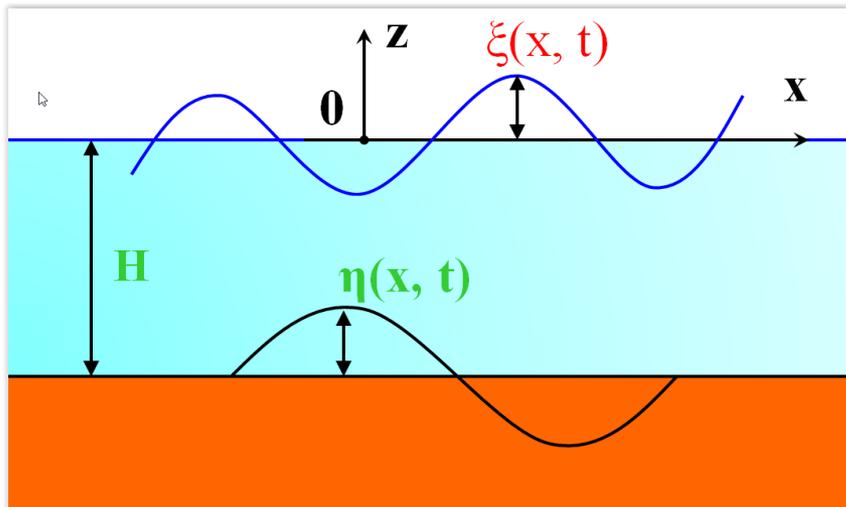
# Математические подходы

## Дифференциальные уравнения в частных производных

ищем функцию от **двух** переменных  $\xi(x, t)$  – зависимость смещения поверхности воды от координаты и времени

Уравнение:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2} - gH \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \eta(x, t)}{\partial t^2}$$



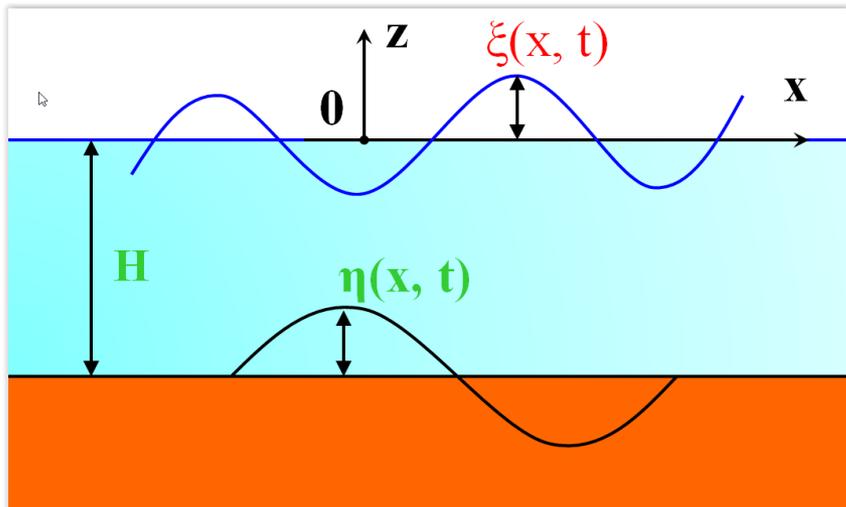
# Математические подходы

## Дифференциальные уравнения в частных производных

ищем функцию от **двух** переменных  $\xi(x, t)$  – зависимость смещения поверхности воды от координаты и времени

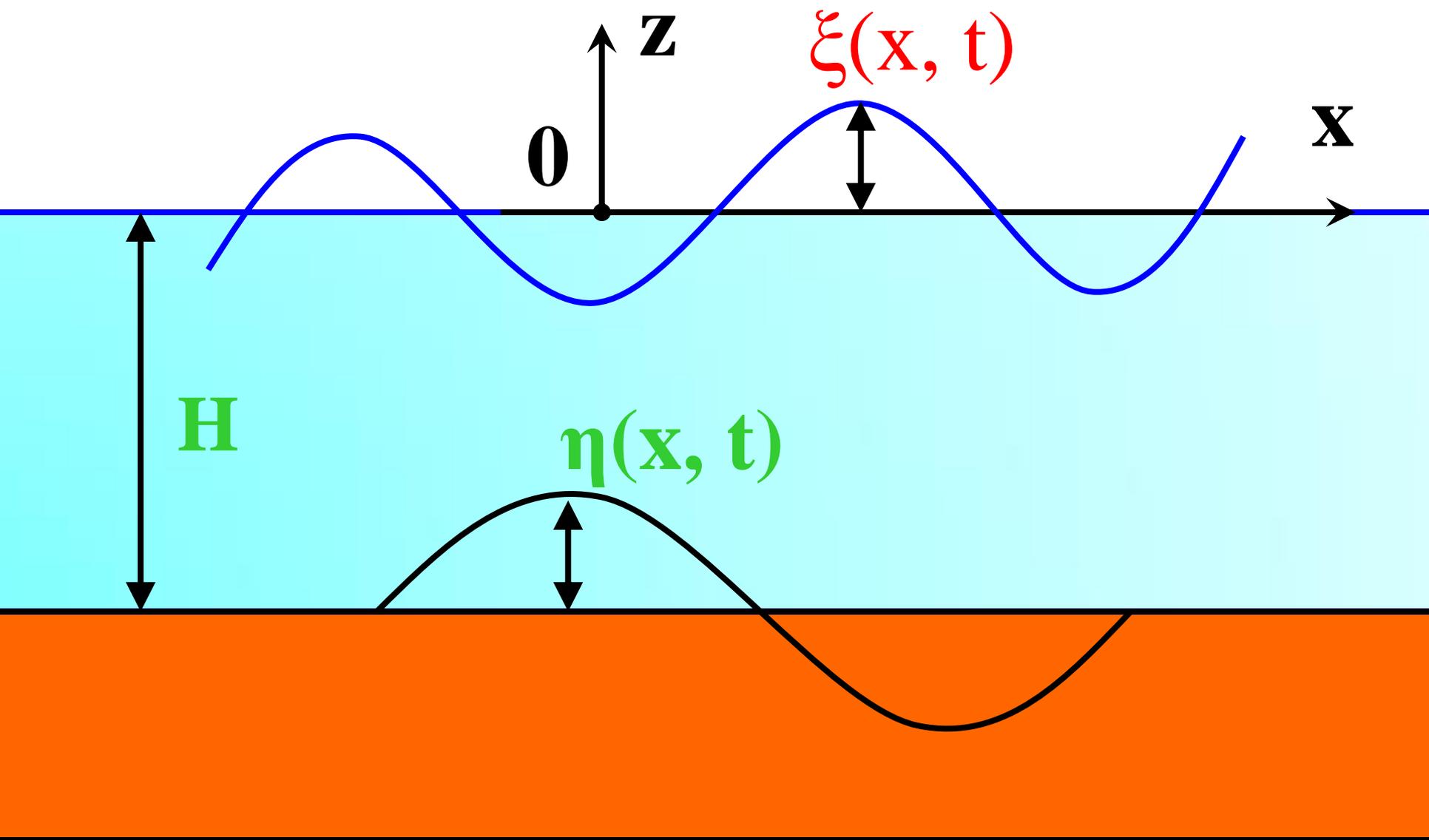
Его решение:

$$\xi(x, t) = \frac{1}{2\sqrt{gH}} \int_0^t \int_{x-\sqrt{gH}(t-\hat{t})}^{x+\sqrt{gH}(t-\hat{t})} \frac{\partial^2 \eta(x, t)}{\partial t^2} d\hat{x} d\hat{t}$$



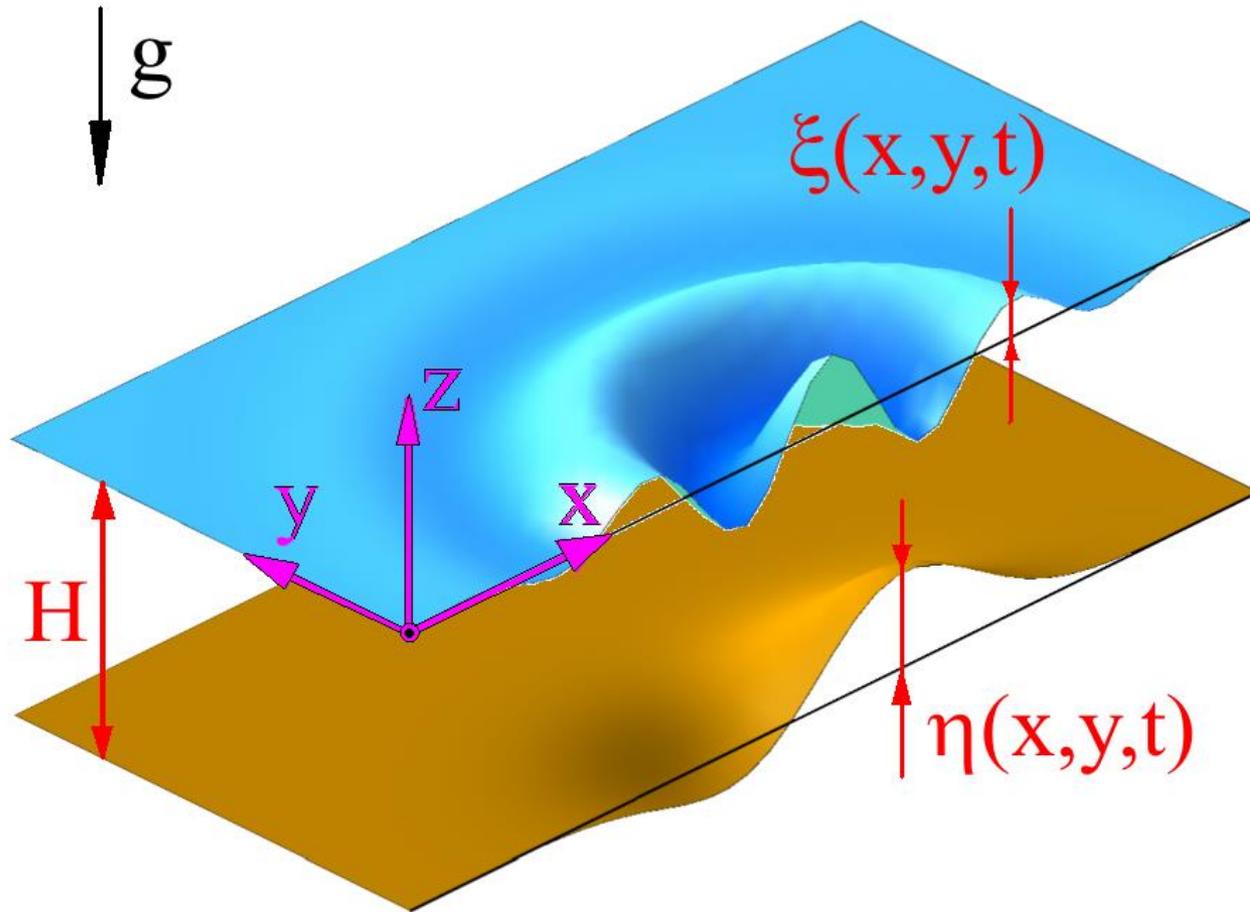
$$\text{При } t = 0: \xi = 0, \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0$$

# Простейшая 1D задача о генерации цунами



# Простейшая 2D задача о генерации цунами

ищем функцию от *трех* переменных  $\xi(x, y, t)$  – зависимость смещения поверхности воды от координат и времени



# Простейшая 2D задача о генерации цунами

~~$\eta(x, y, t)$~~

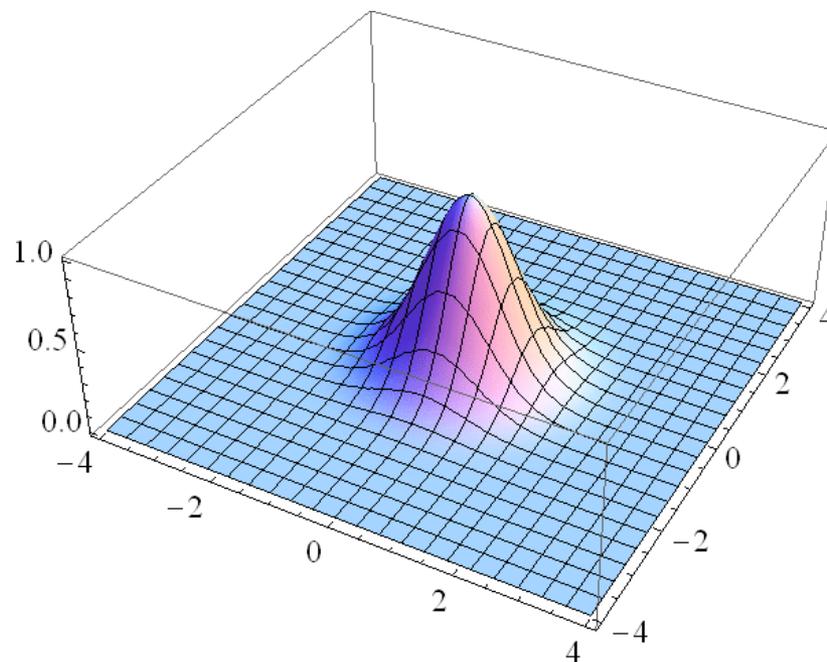
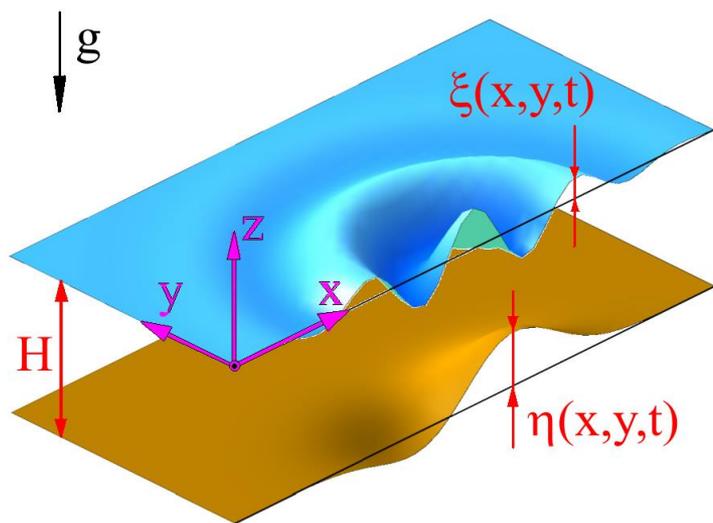


$\xi_0(x, y)$  - начальное

ВОЗВЫШЕНИЕ

ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

В ОЧАГЕ ЦУНАМИ



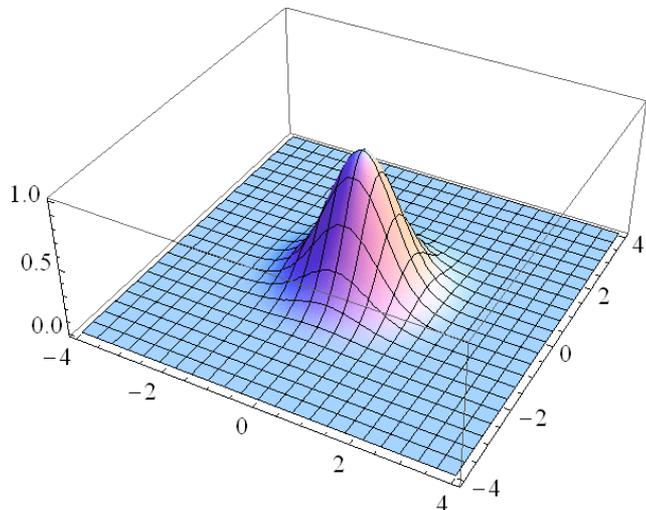
# Математические подходы

## Дифференциальные уравнения в частных производных

ищем функцию от **трех** переменных  $\xi(x, y, t)$  – зависимость смещения поверхности воды от координат и времени

Уравнение:

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2} - gH \left( \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial y^2} \right) = 0$$



$$\text{При } t = 0: \xi = \xi_0(x, y) \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0$$

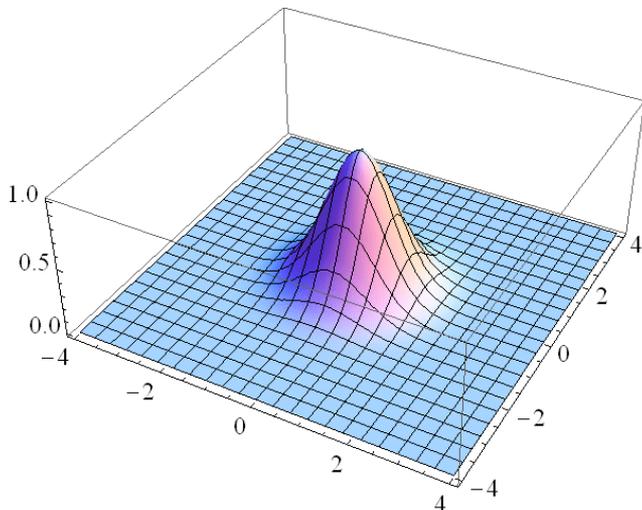
# Математические подходы

## Дифференциальные уравнения в частных производных

ищем функцию от **трех** переменных  $\xi(x, y, t)$  – зависимость смещения поверхности воды от координат и времени

Его решение:

$$\xi(x, y, t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{gH}} \frac{\partial}{\partial t} \iint_{\rho \leq \sqrt{gH}t} \frac{\xi_0(\hat{x}, \hat{y})}{\sqrt{gHt^2 - \rho^2}} d\hat{x} d\hat{y}$$



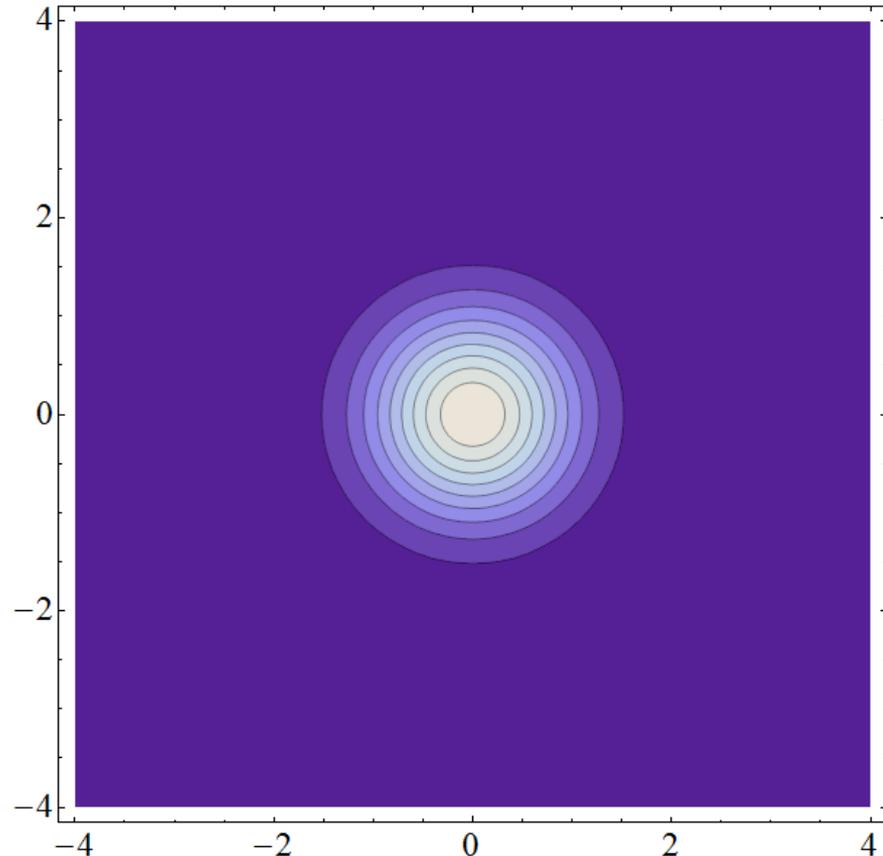
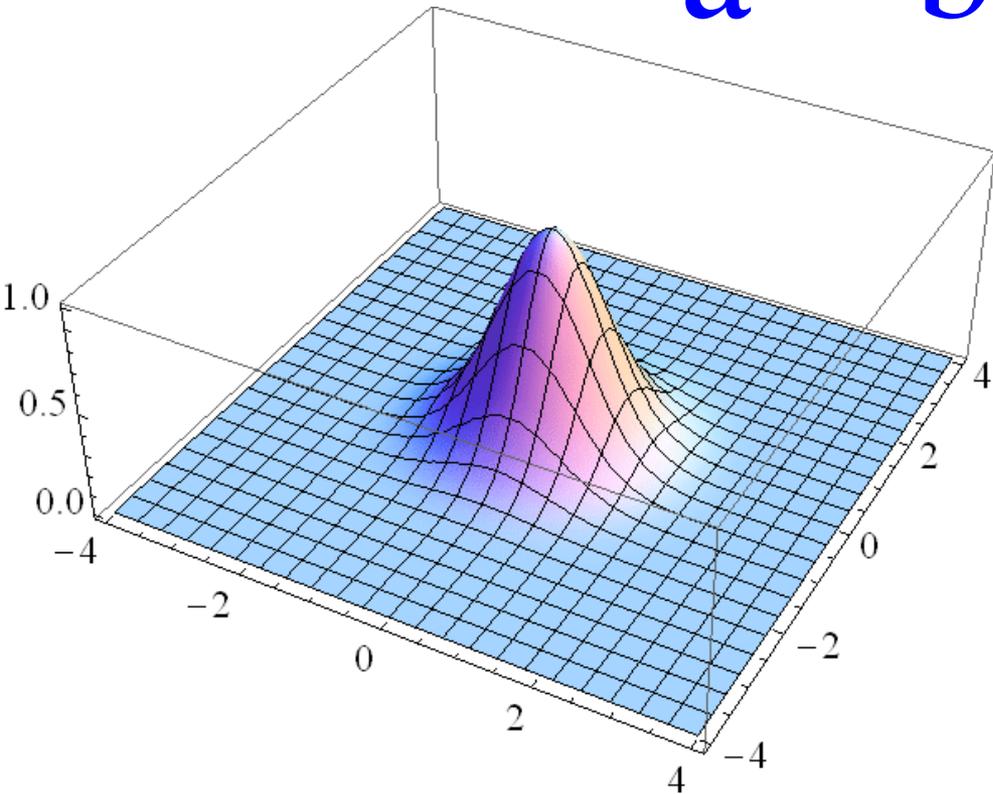
$$\rho^2 = (x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2$$

$$\text{При } t = 0: \xi = \xi_0(x, y) \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} = 0$$

# Выбор формы начального возвышения

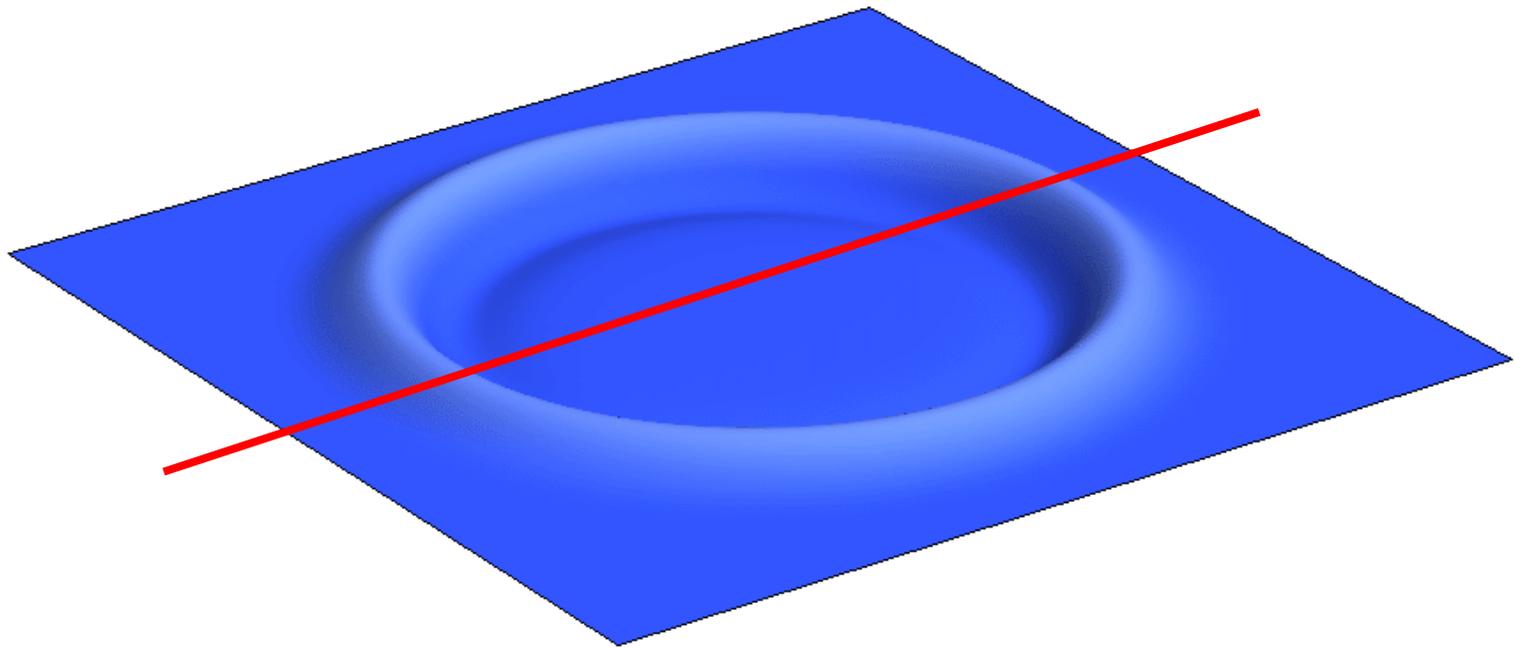
$$\xi_0(x, y) = \exp\left[-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right]$$

$$a = b$$



# Визуализация решения

$a/b=1$ , time=500 s



# Профили волн в последовательные моменты времени (0, 50, 100, 200, 300, 400 и 500 с)

**Волна имеет  
положительную и  
отрицательную  
фазы!**



$x/y$

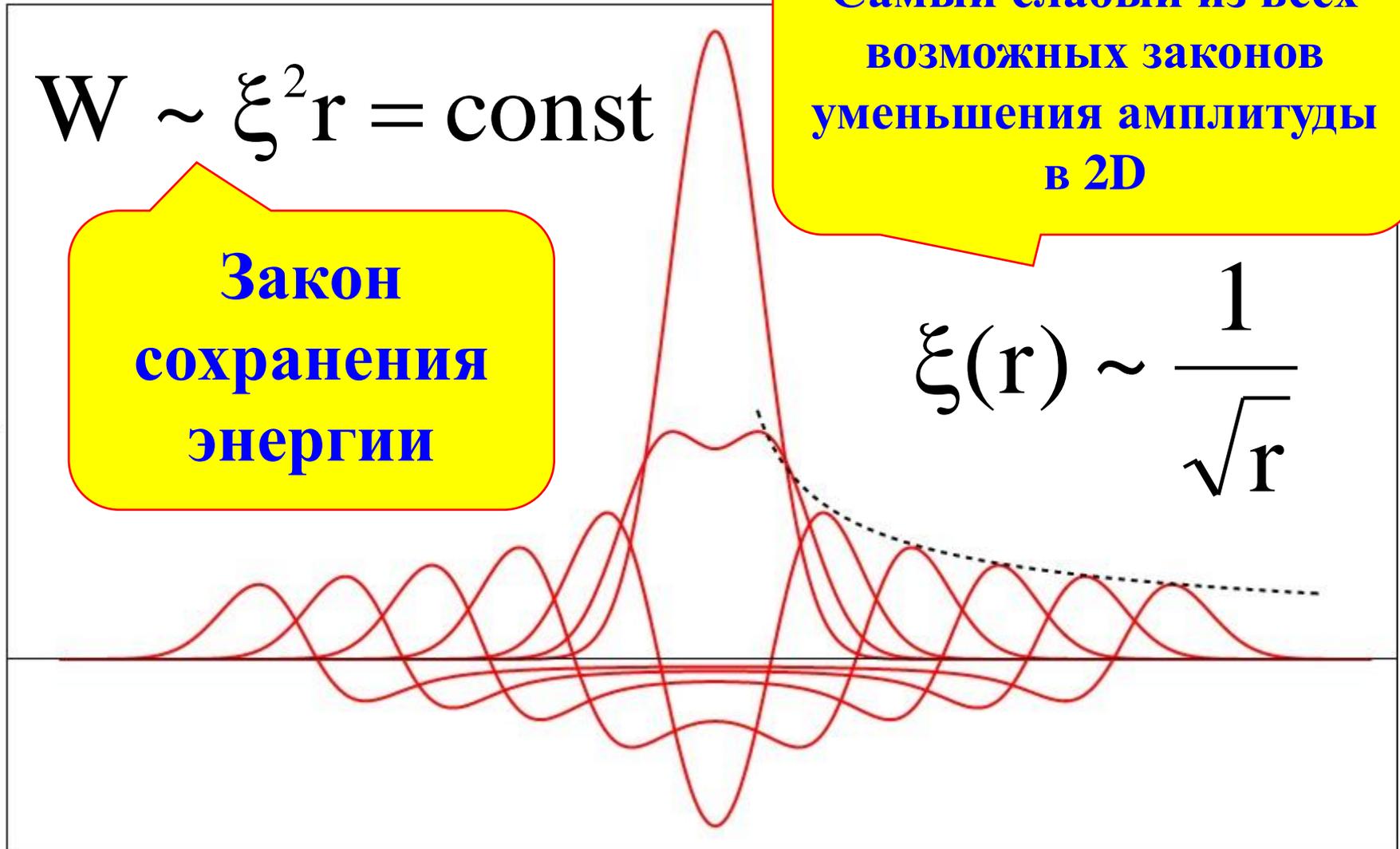
# Профили волн в последовательные моменты времени (0, 50, 100, 200, 300, 400 и 500 с)

$$W \sim \xi^2 r = \text{const}$$

**Закон  
сохранения  
энергии**

**Самый слабый из всех  
возможных законов  
уменьшения амплитуды  
в 2D**

$$\xi(r) \sim \frac{1}{\sqrt{r}}$$

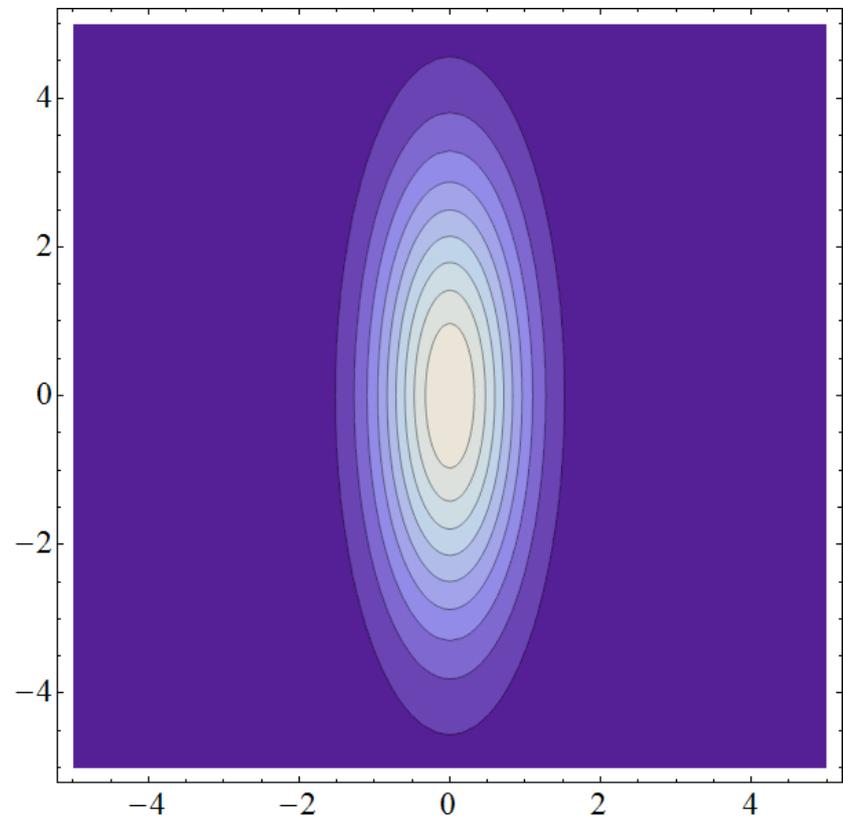
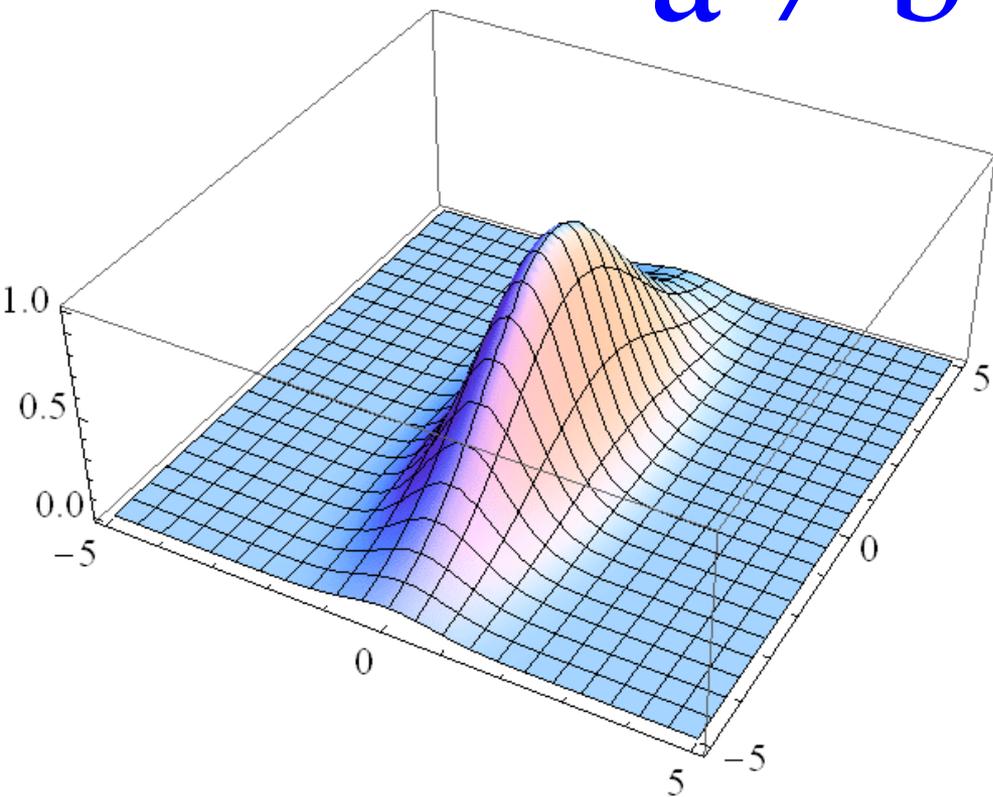


x/y

# Направленность излучения волн асимметричными очагами

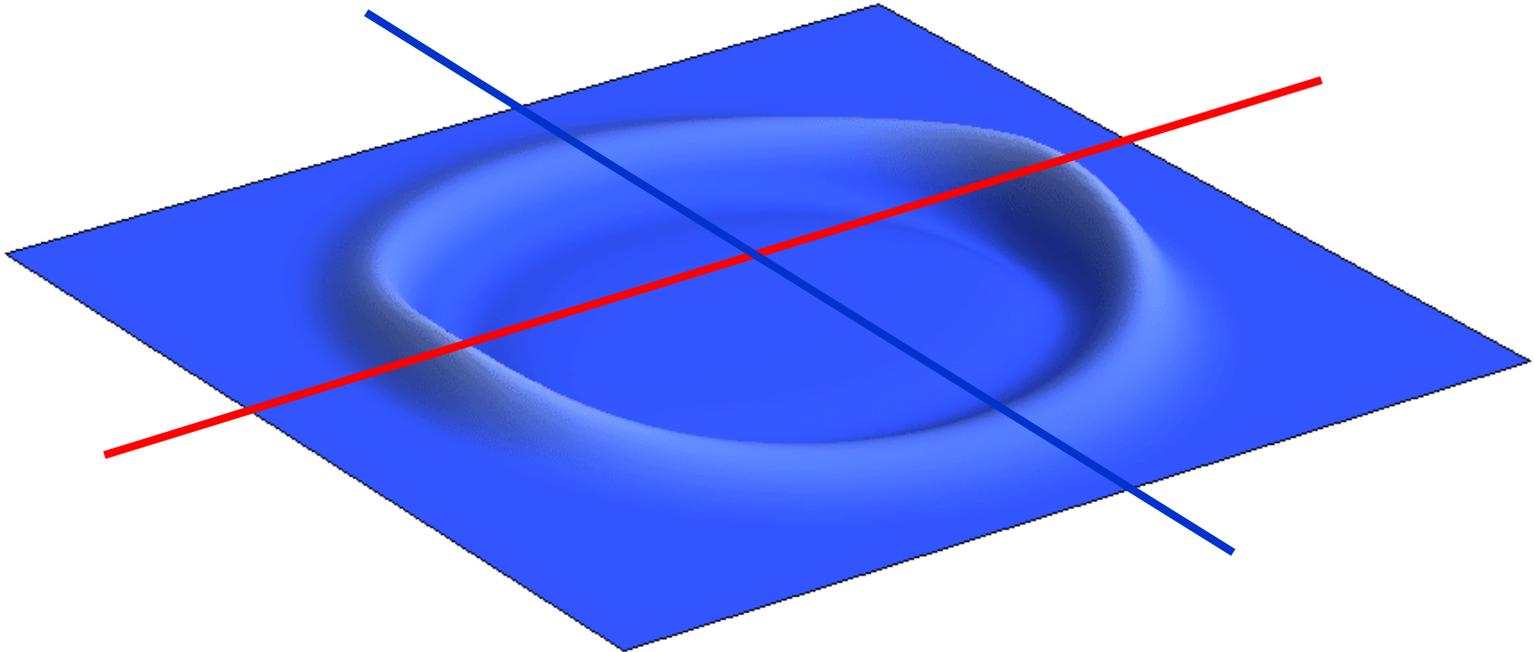
$$\xi_0(x, y) = \exp\left[-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}\right]$$

$a \neq b$



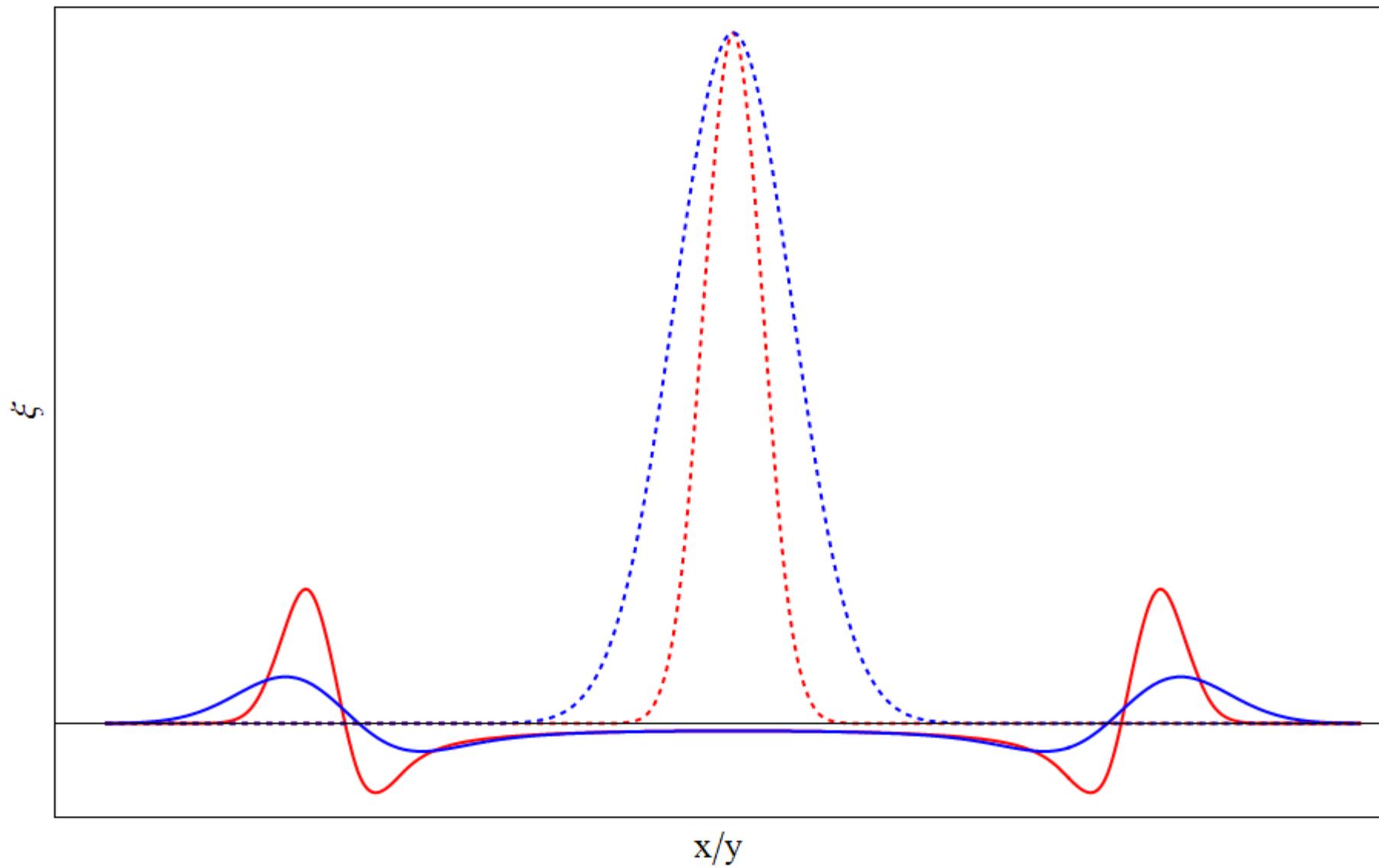
# Визуализация решения

$a/b=2$ , time=500 s



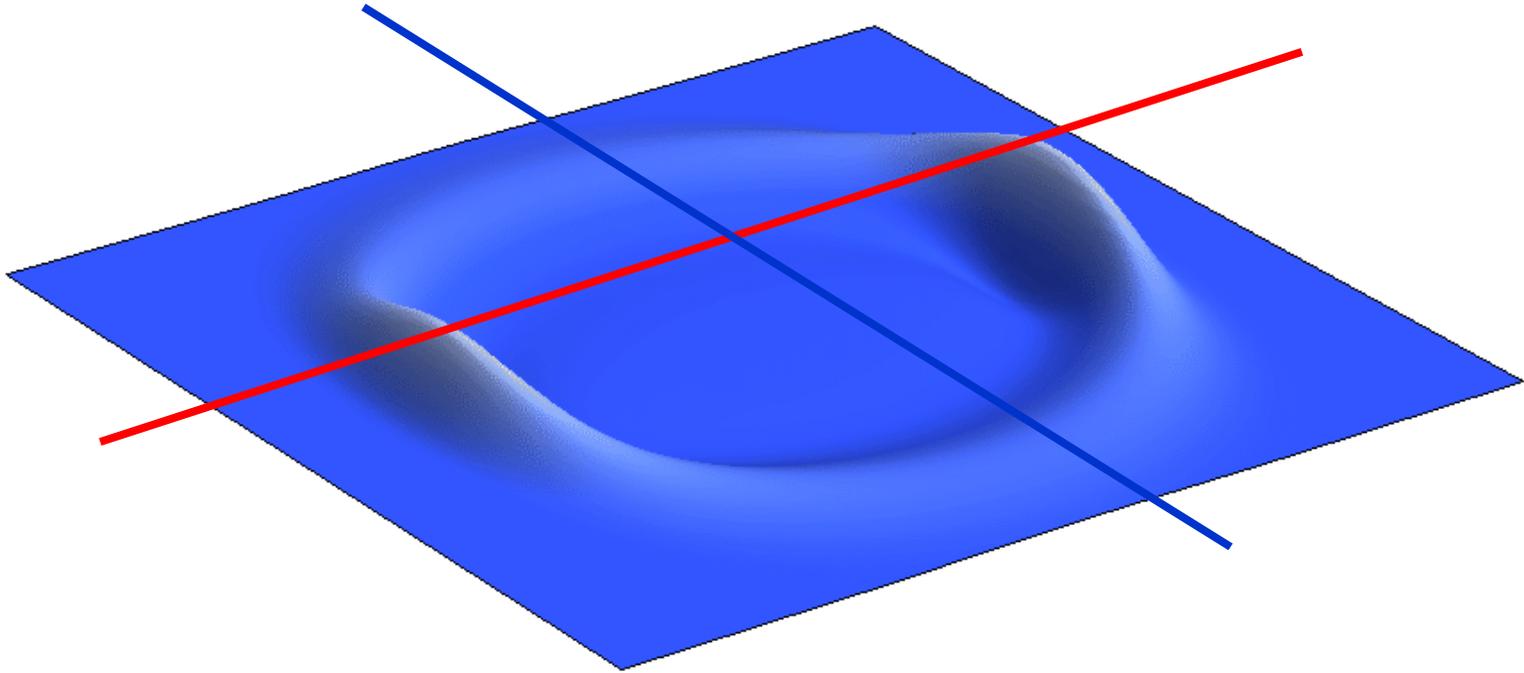
# Профили волн вдоль осей $0x$ и $0y$ в моменты времени $0$ и $500$ с

$$a=2b$$



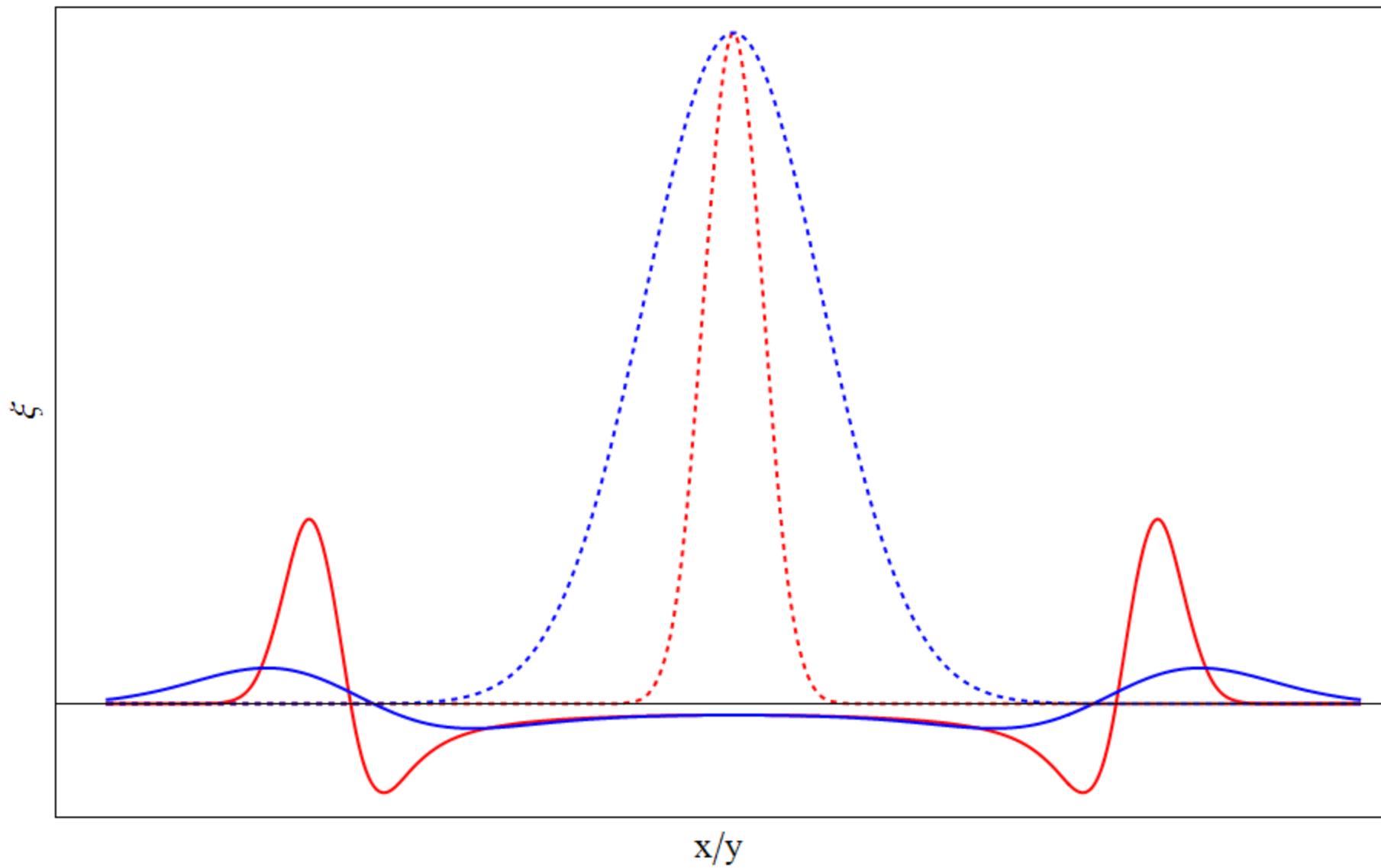
# Визуализация решения

$a/b=3$ , time=500 s



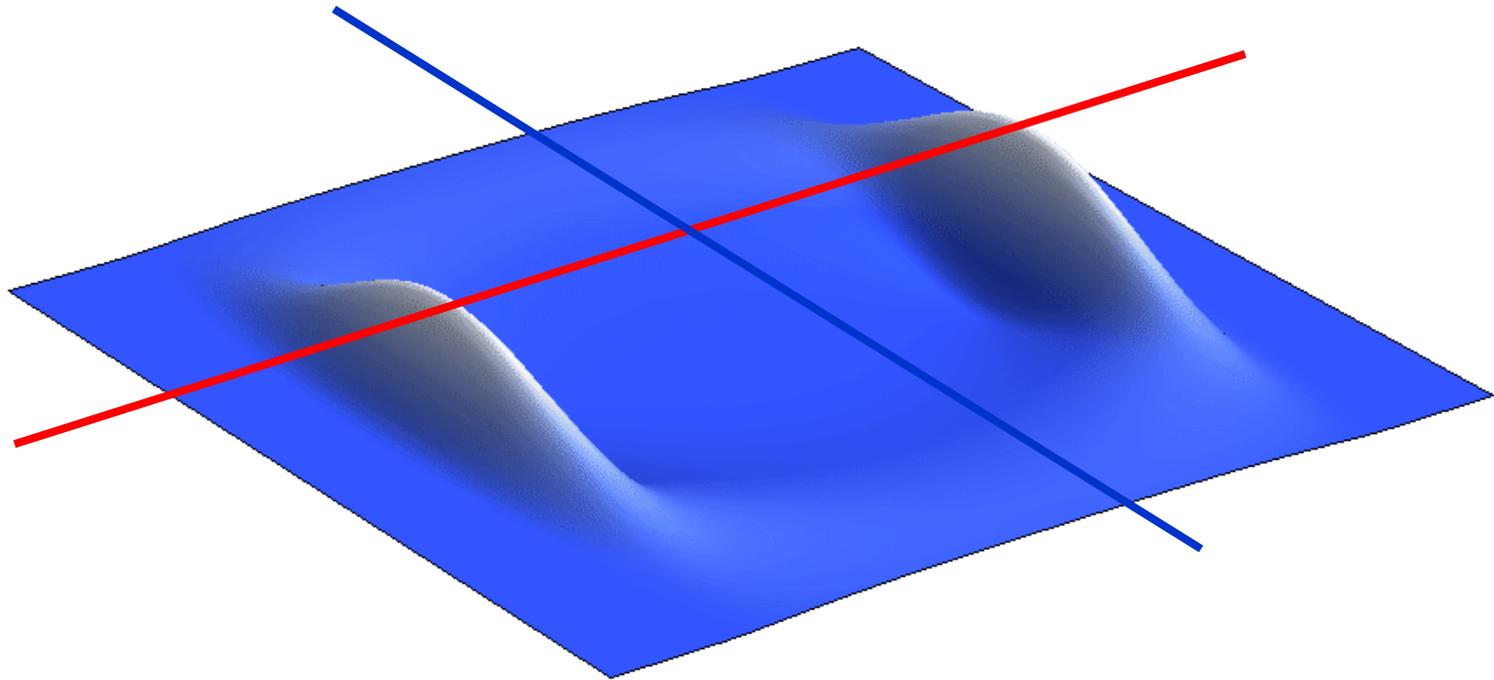
# Профили волн вдоль осей $0x$ и $0y$ в моменты времени $0$ и $500$ с

$$a=3b$$

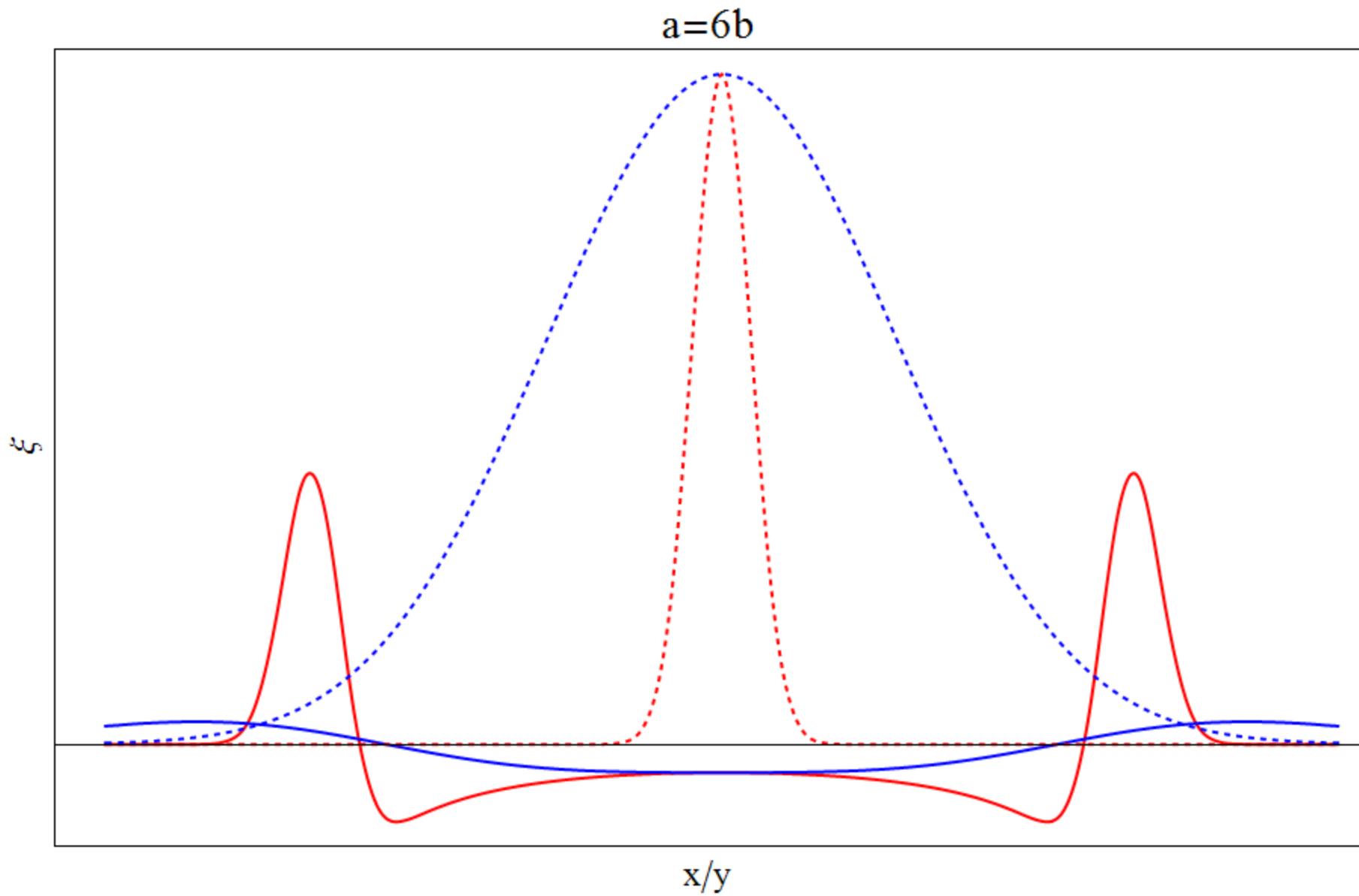


# Визуализация решения

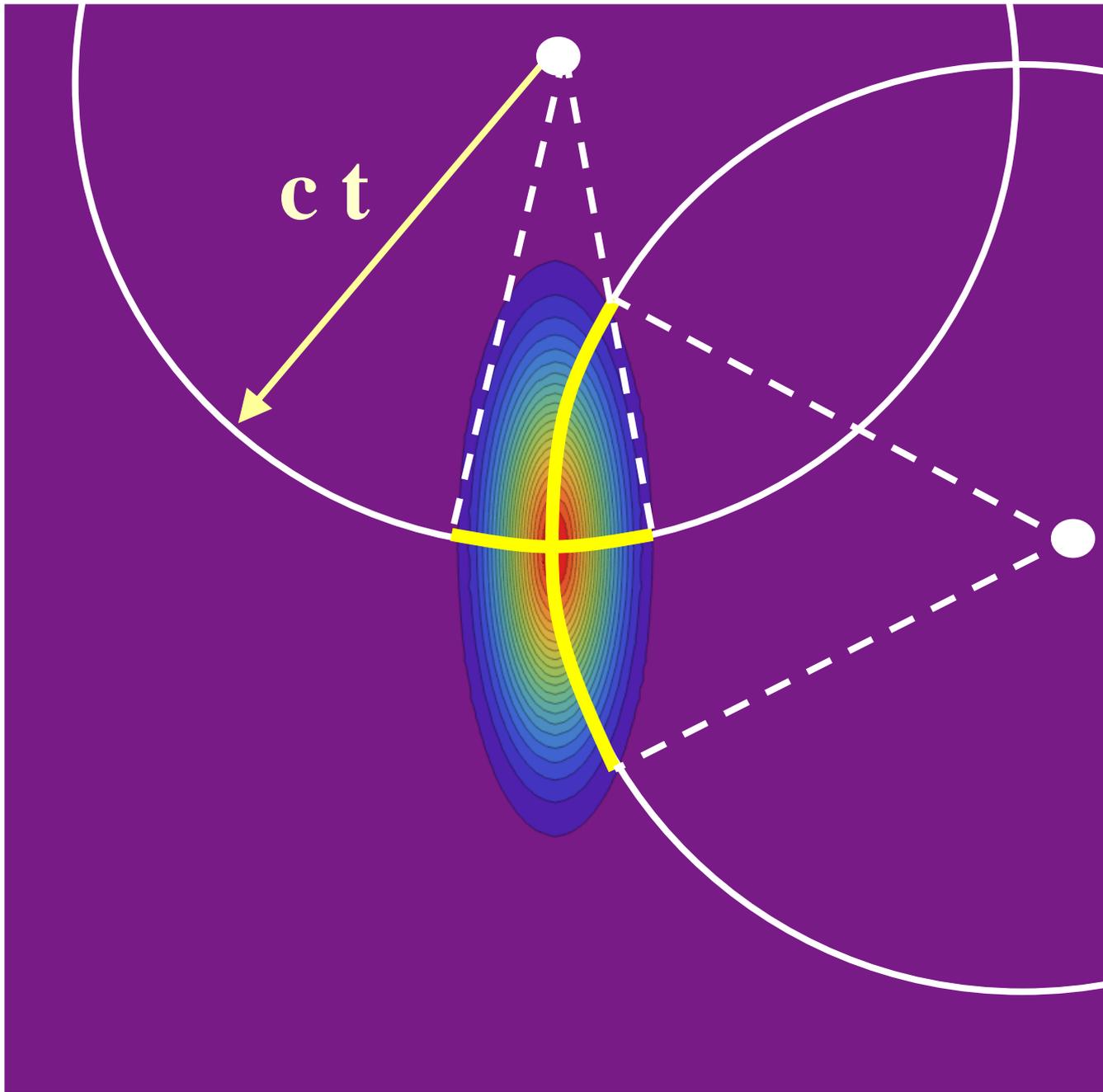
$a/b=6$ , time=500 s



# Профили волн вдоль осей $0x$ и $0y$ в моменты времени $0$ и $500$ с

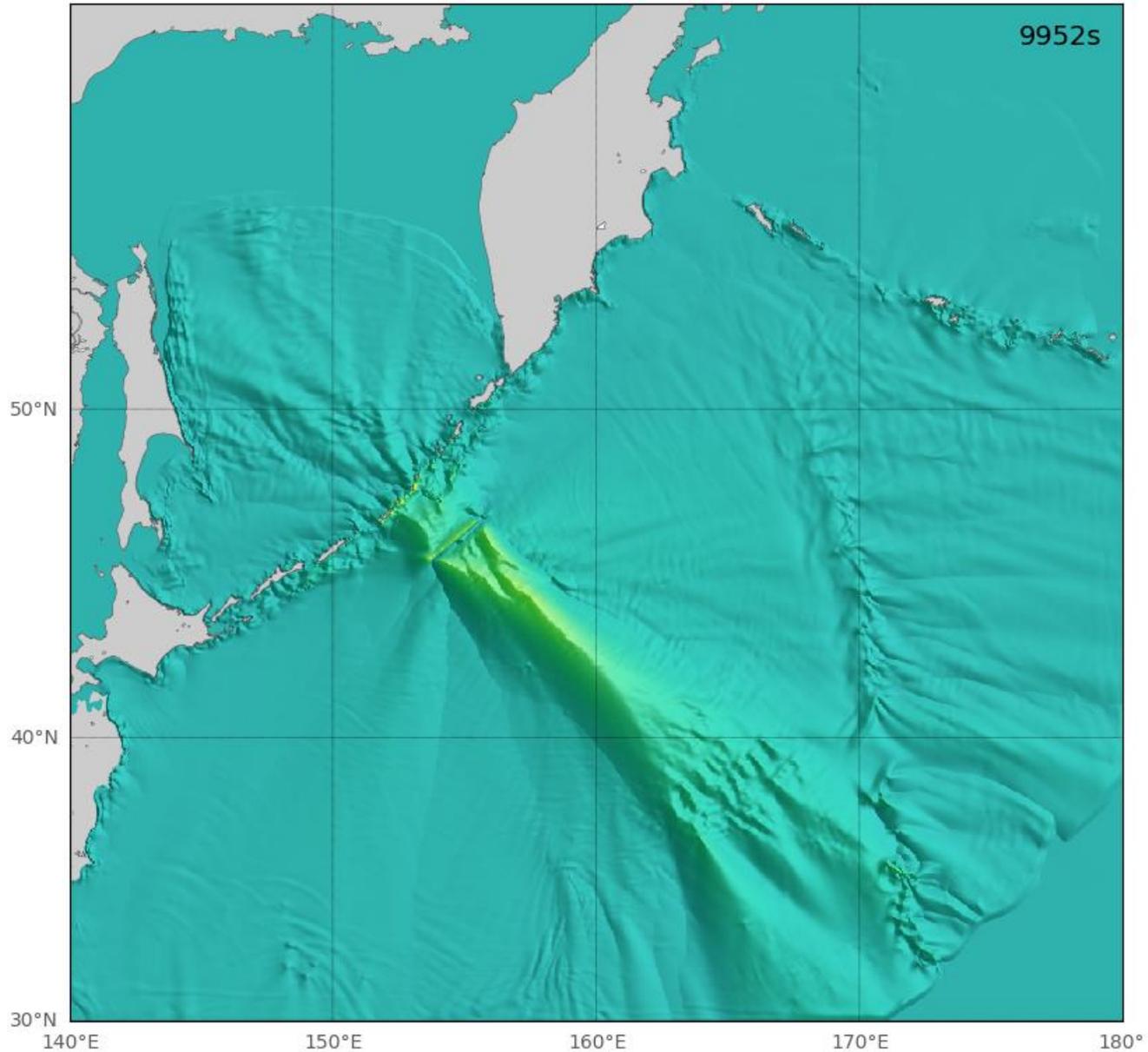


y

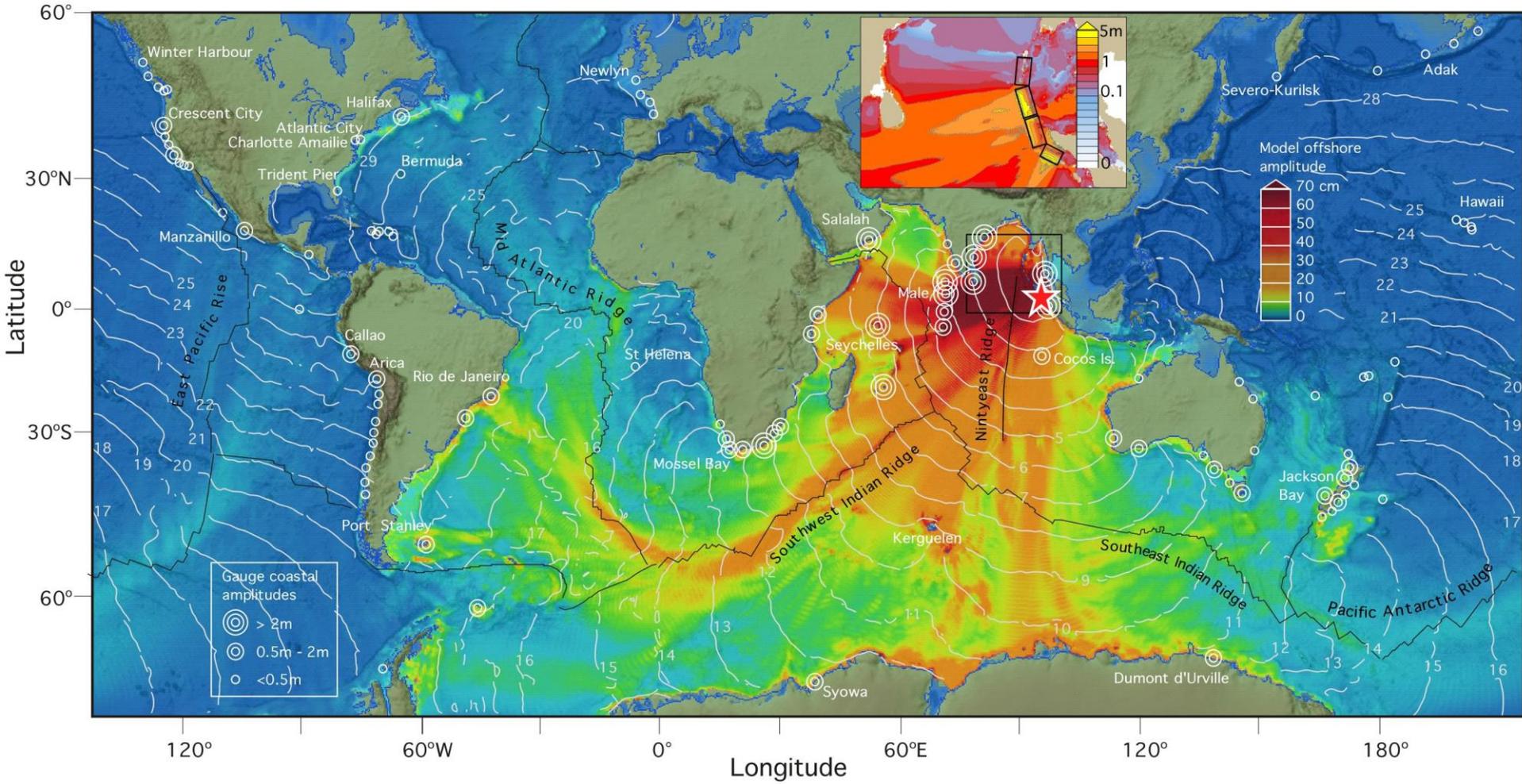


x

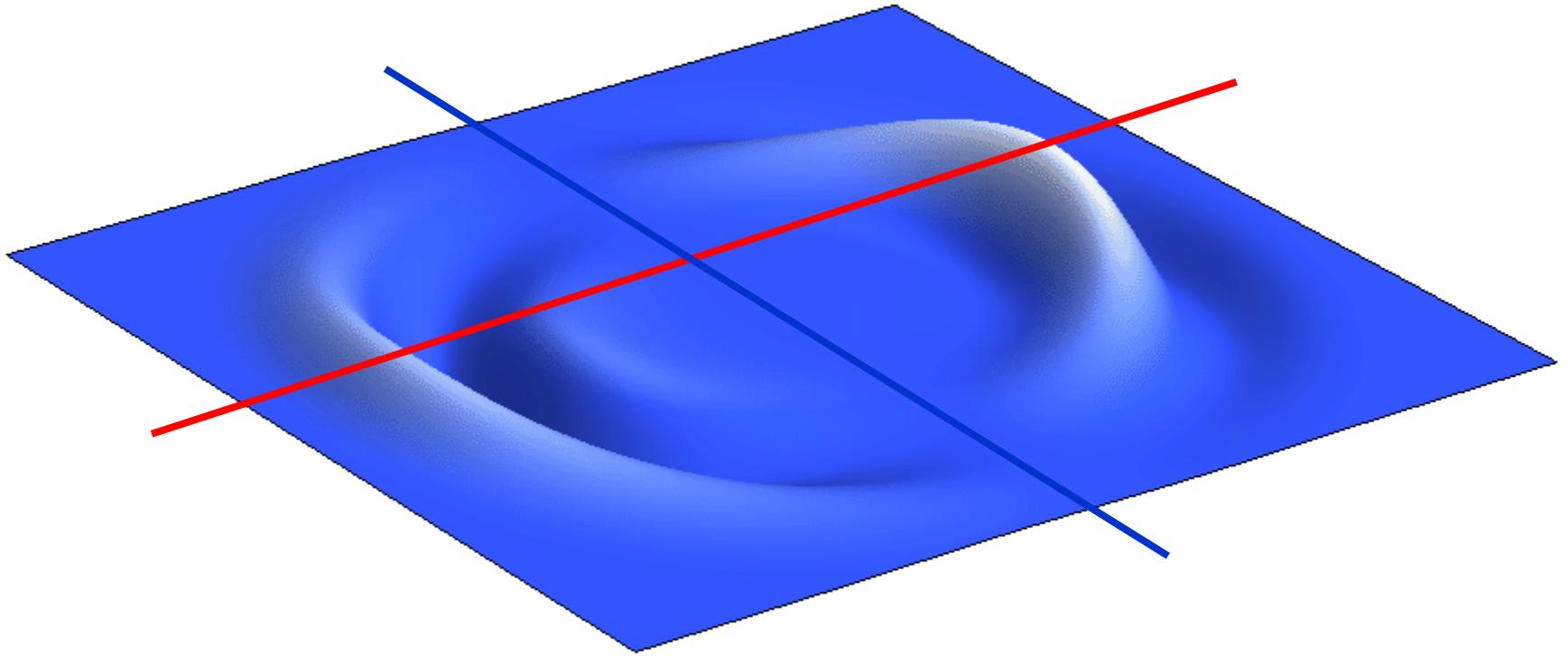
# Распределение максимальных амплитуд Симуширского цунами 15.11.2006



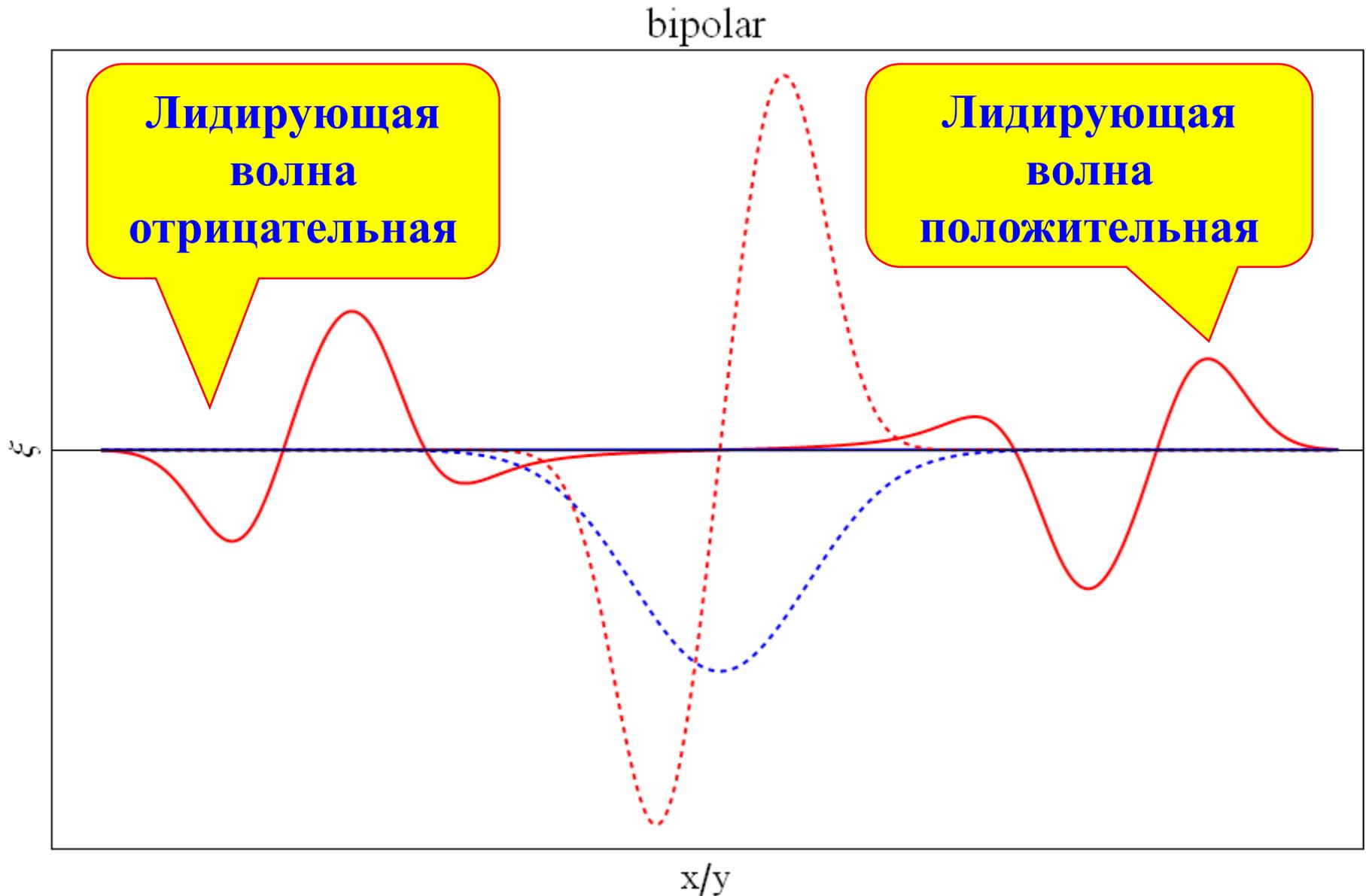
# Распределение максимальных амплитуд цунами 26.12.2004



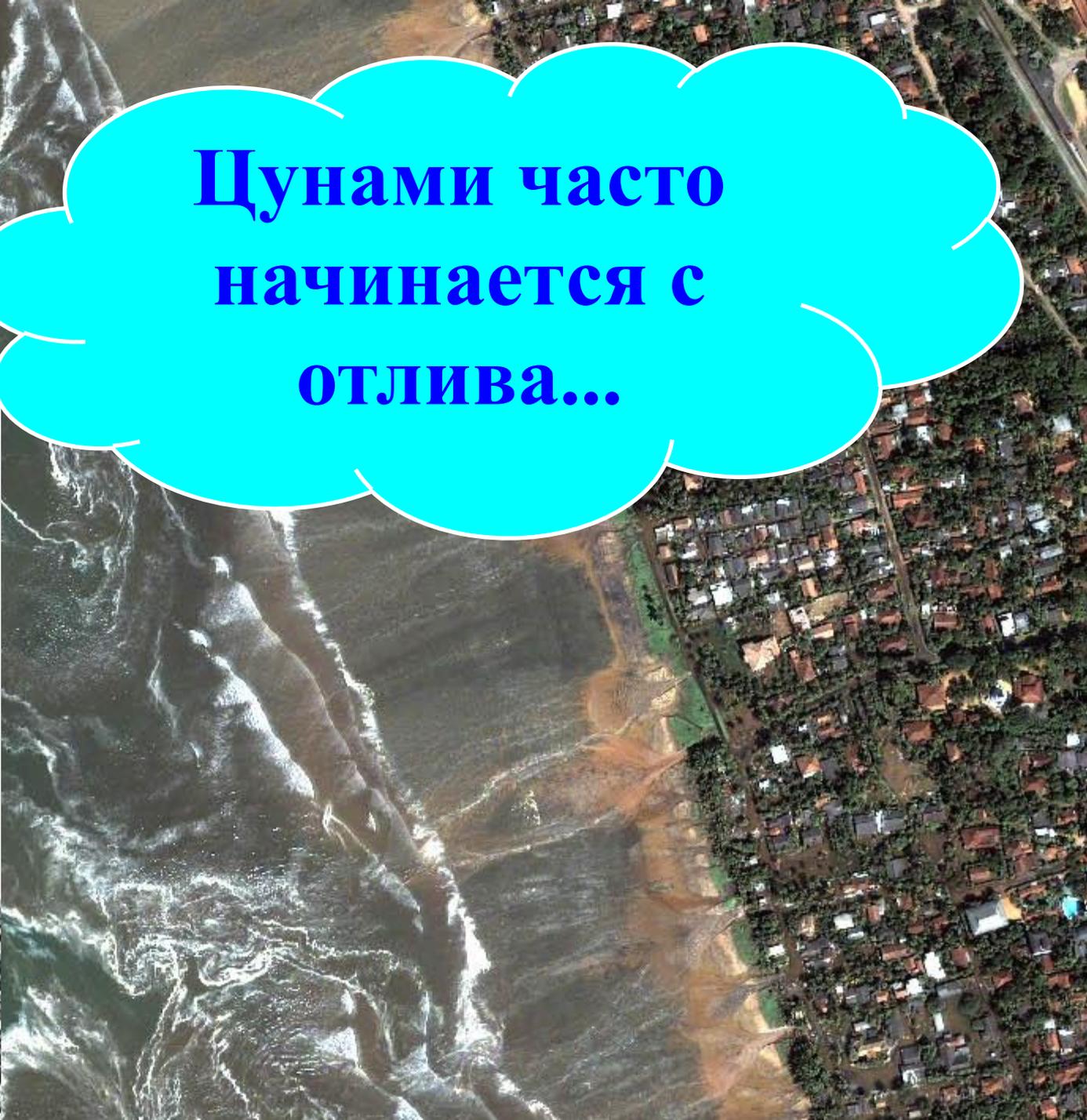
bipolar,  $a/b=2$ , time=500 s



# Полярность волны определяется полярностью деформации дна в ближайшей к точке наблюдения области очага цунами



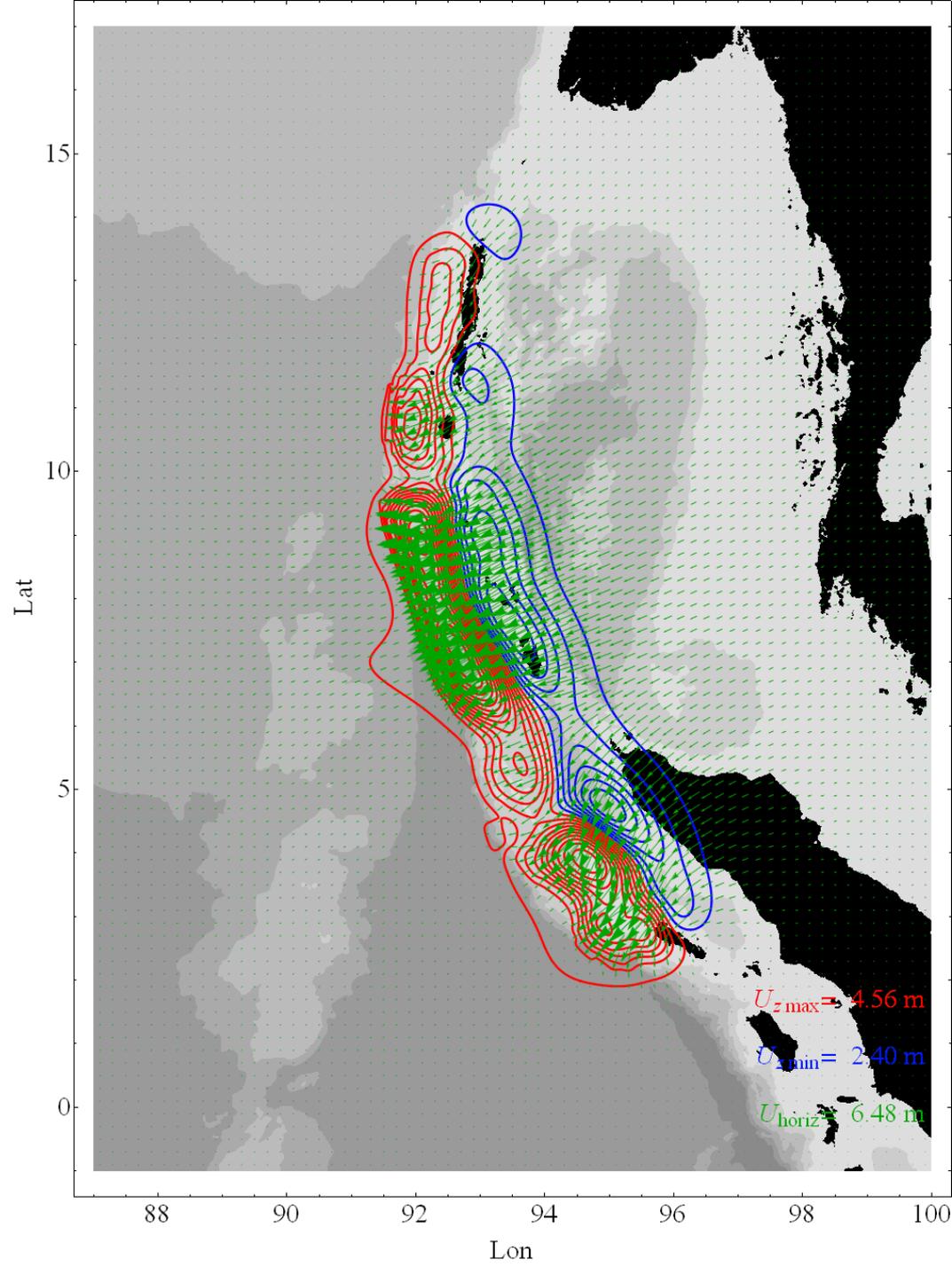
**Цунами часто  
начинается с  
отлива...**



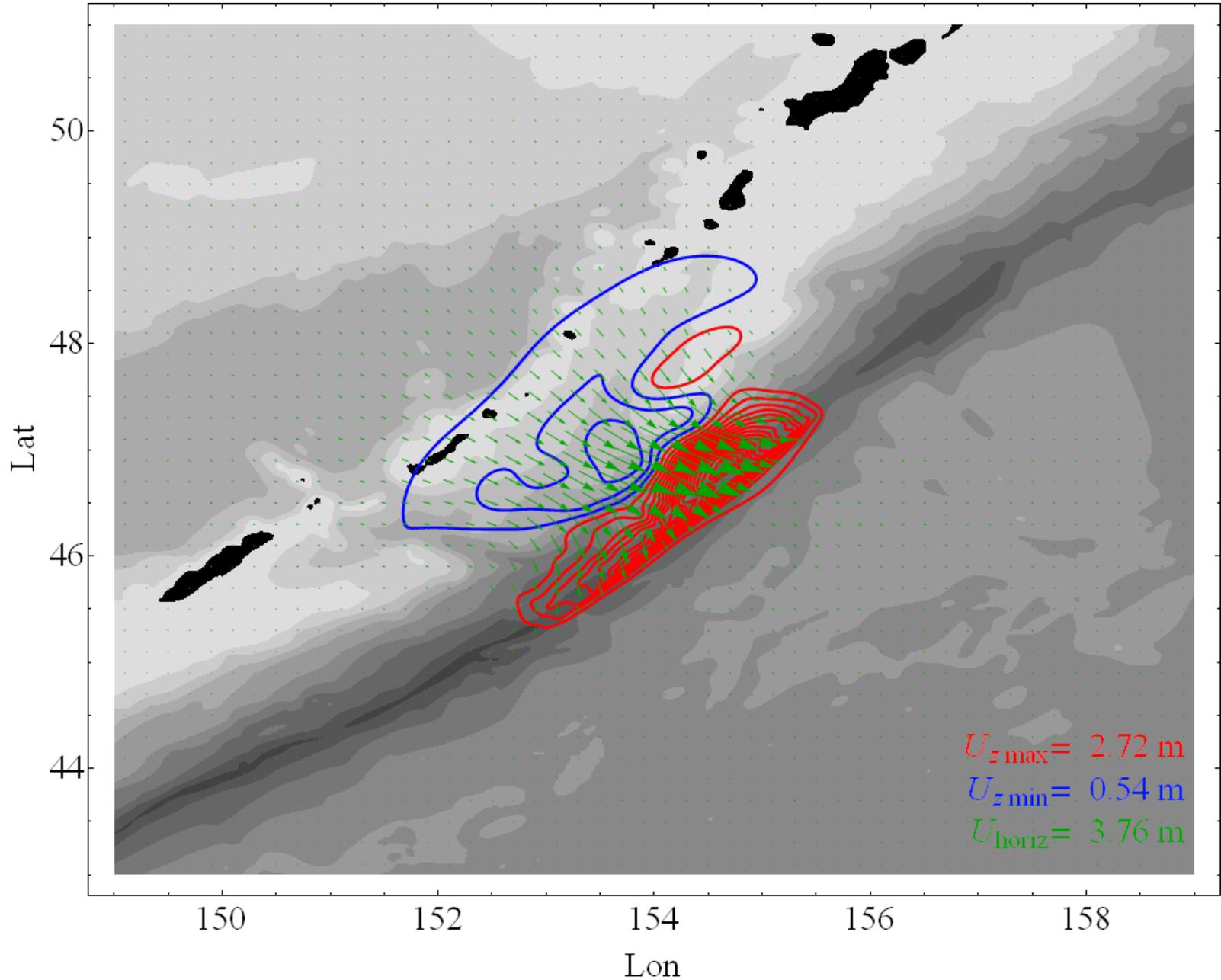


December 26th, 2004, foreign tourists who had ventured far out on the sand after the water receded react as the first of six tsunamis starts to roll towards Hat Rai Lay Beach, near Krabi in southern Thailand. (AFP/AFP/Getty Images)

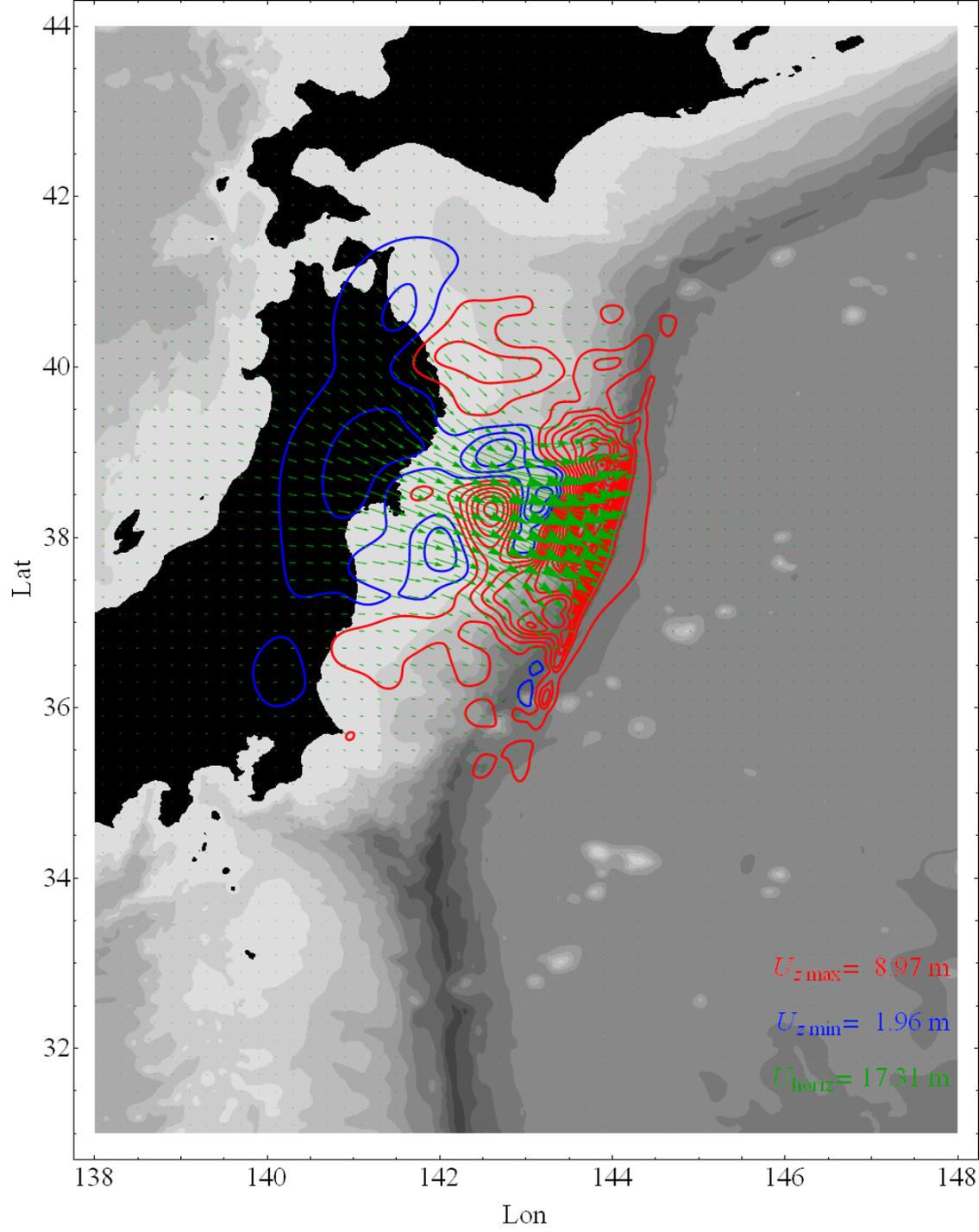
# Суматра, 26.12.2004



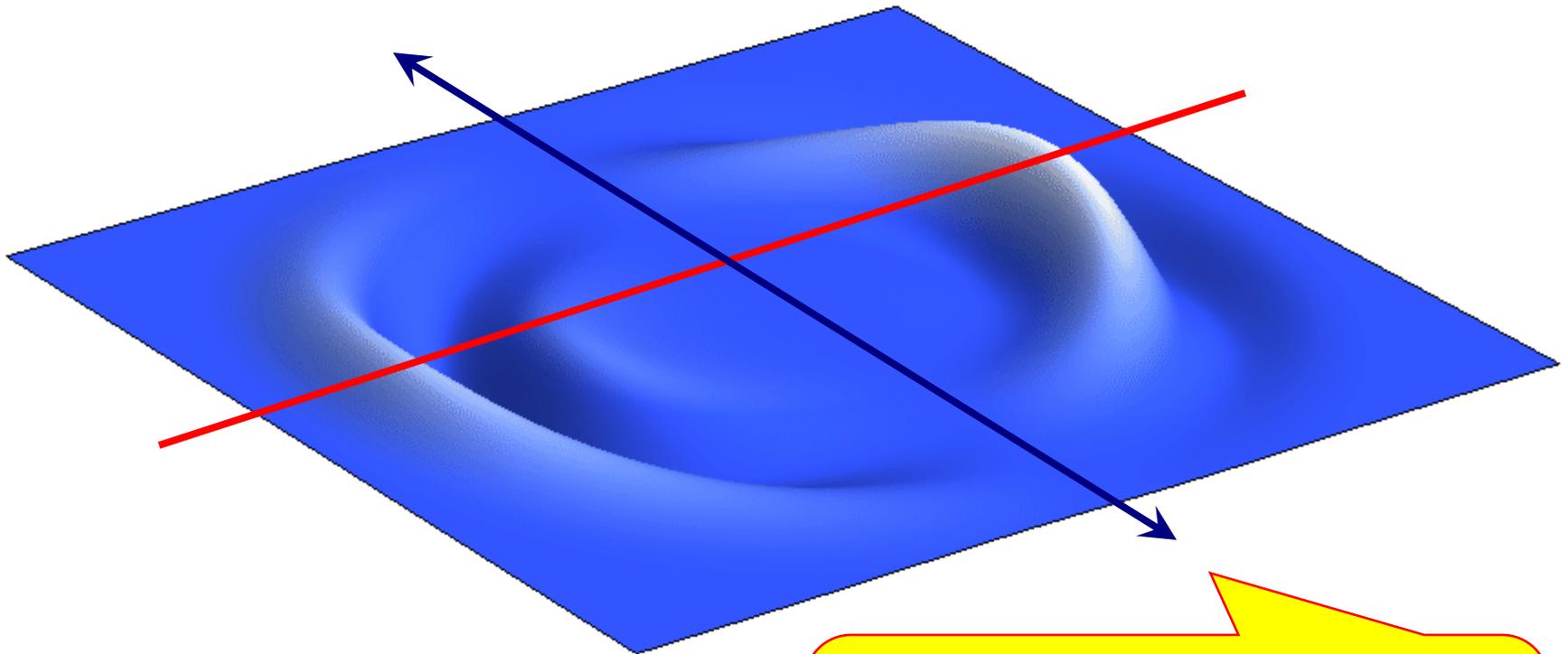
# Центральные Курилы (Симушир), 15.11.2006



# Япония (Тохоку), 11.03.2011

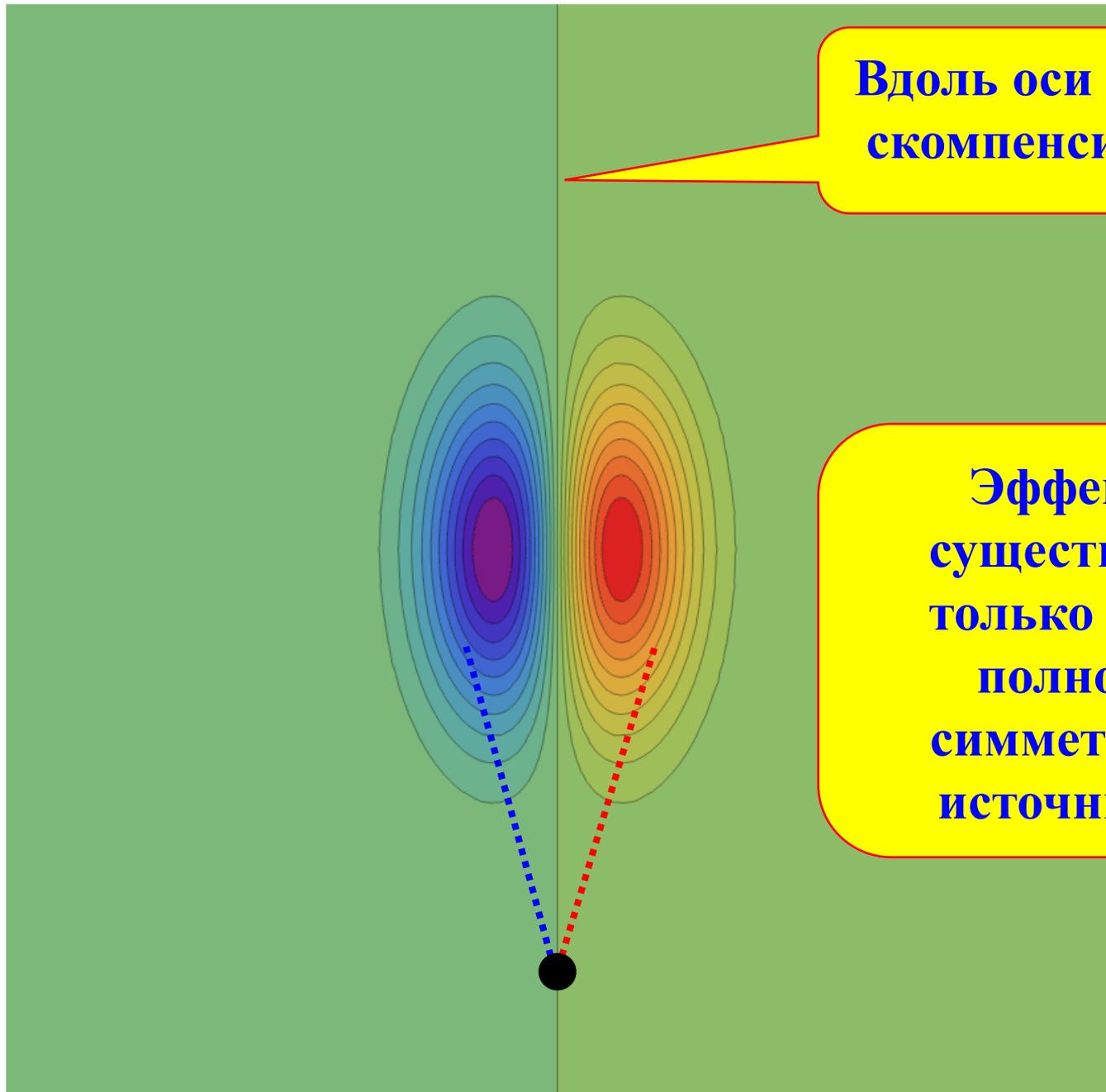


bipolar,  $a/b=2$ , time=500 s



**Волна не излучается  
в направлении оси  
источника**

y



**Вдоль оси сигнал  
скомпенсирован**

**Эффект  
существует  
только при  
полной  
симметрии  
источника**

x



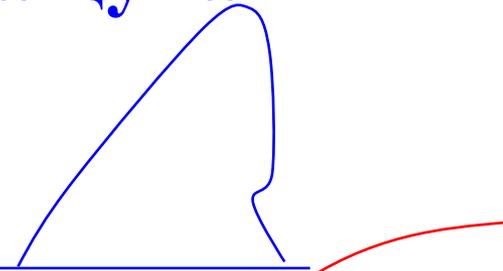




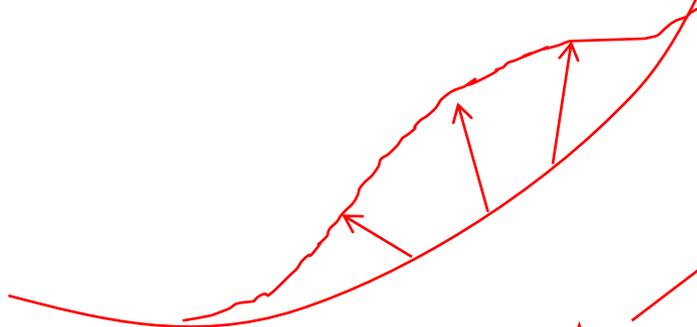
**Начальное возвышение  
воды (очаг цунами)**



**Волна цунами**



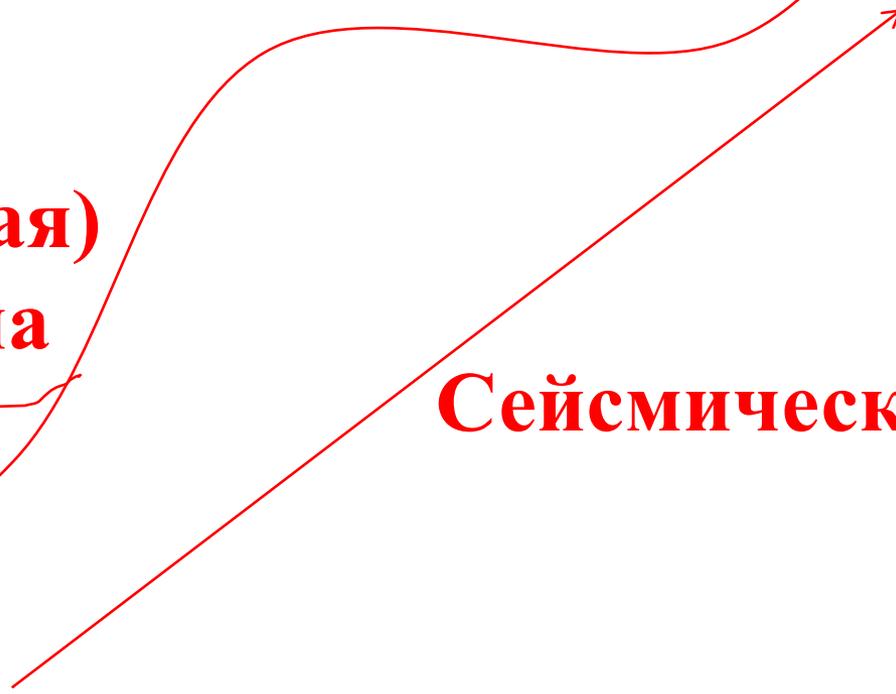
**Остаточная  
(косейсмическая)  
деформация дна**



**Сейсмическая волна**



**Очаг землетрясения**



# Косейсмические деформации при реальных землетрясениях

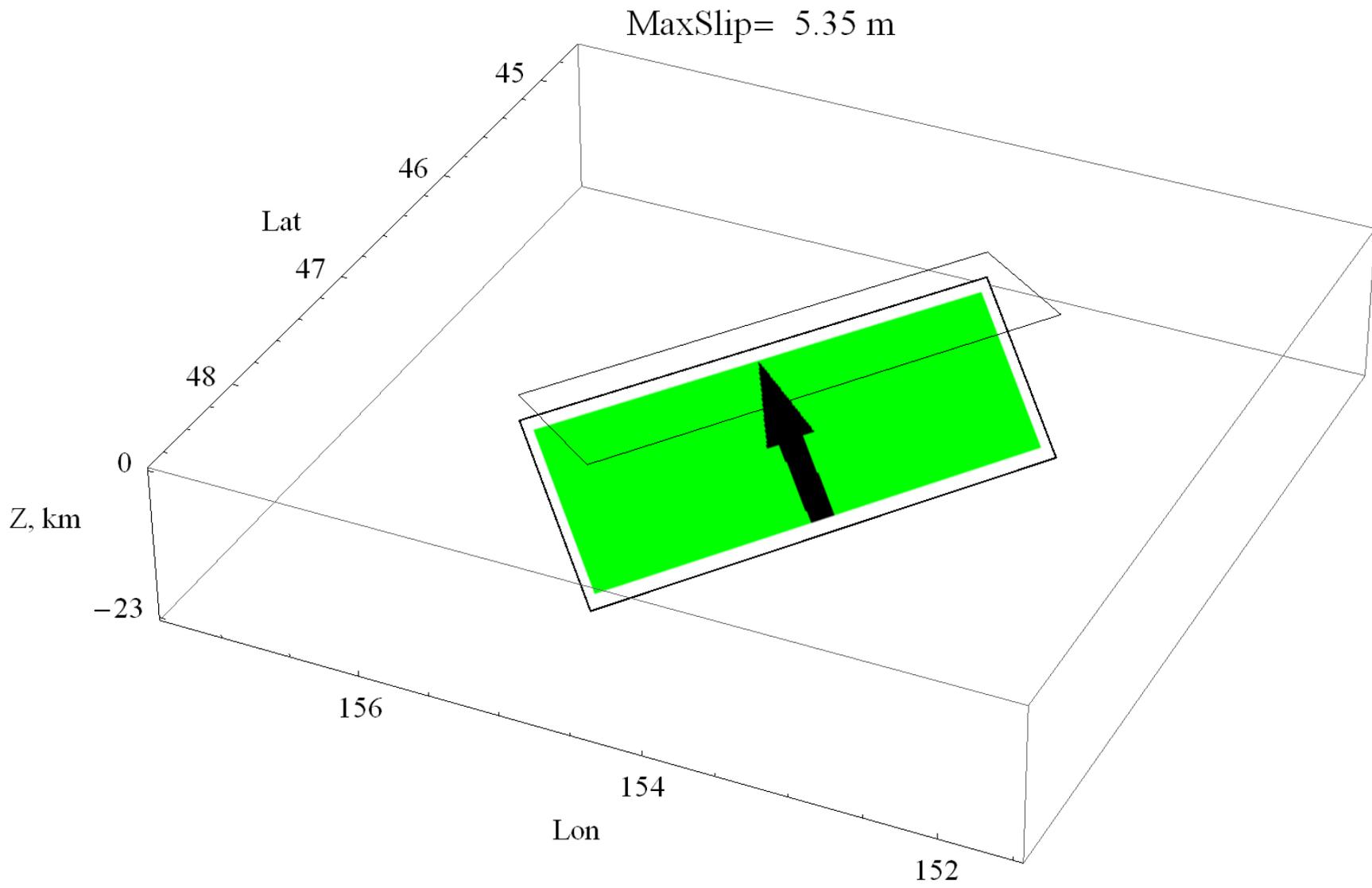


6 12 2005

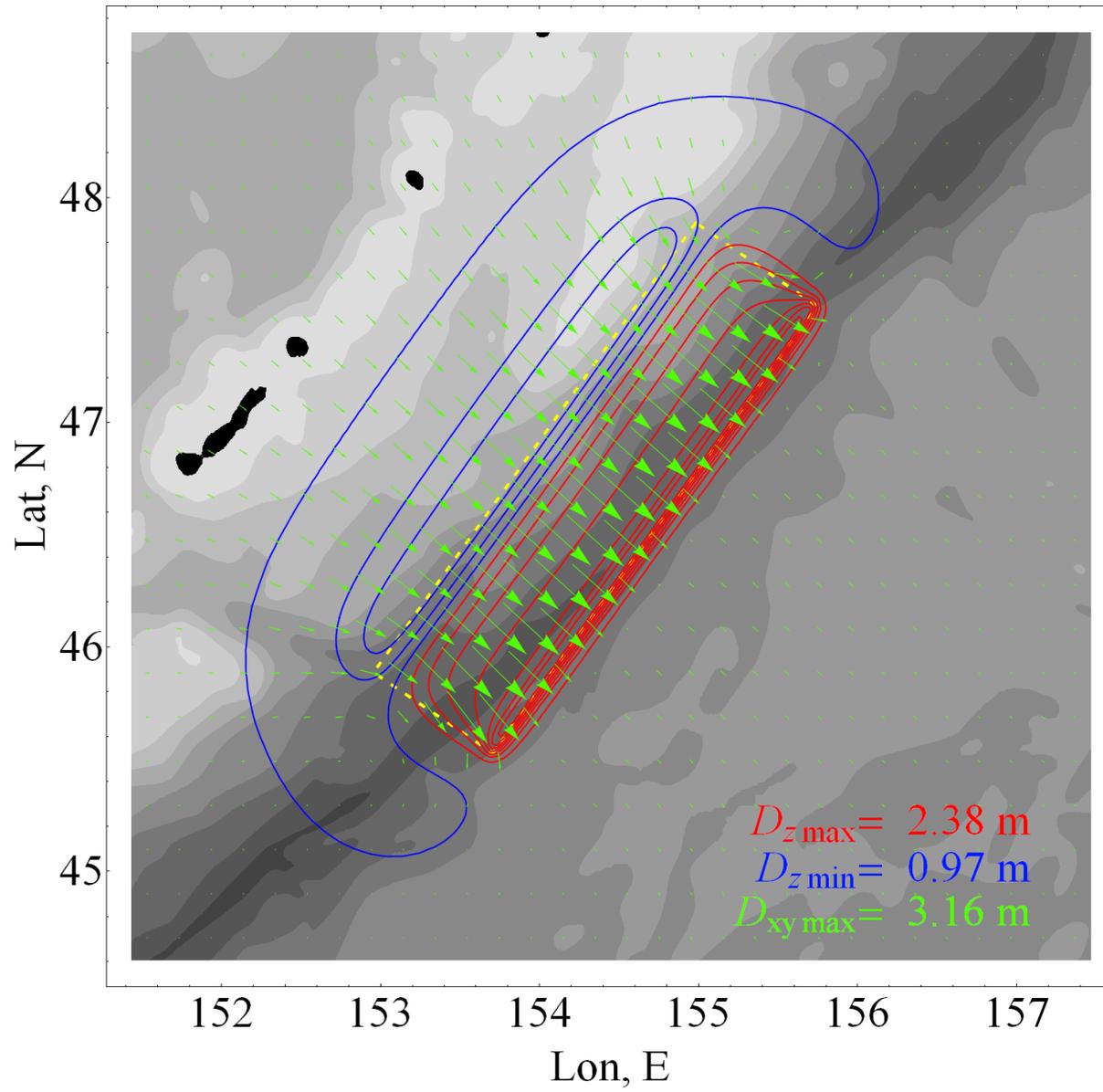


27 1 2005

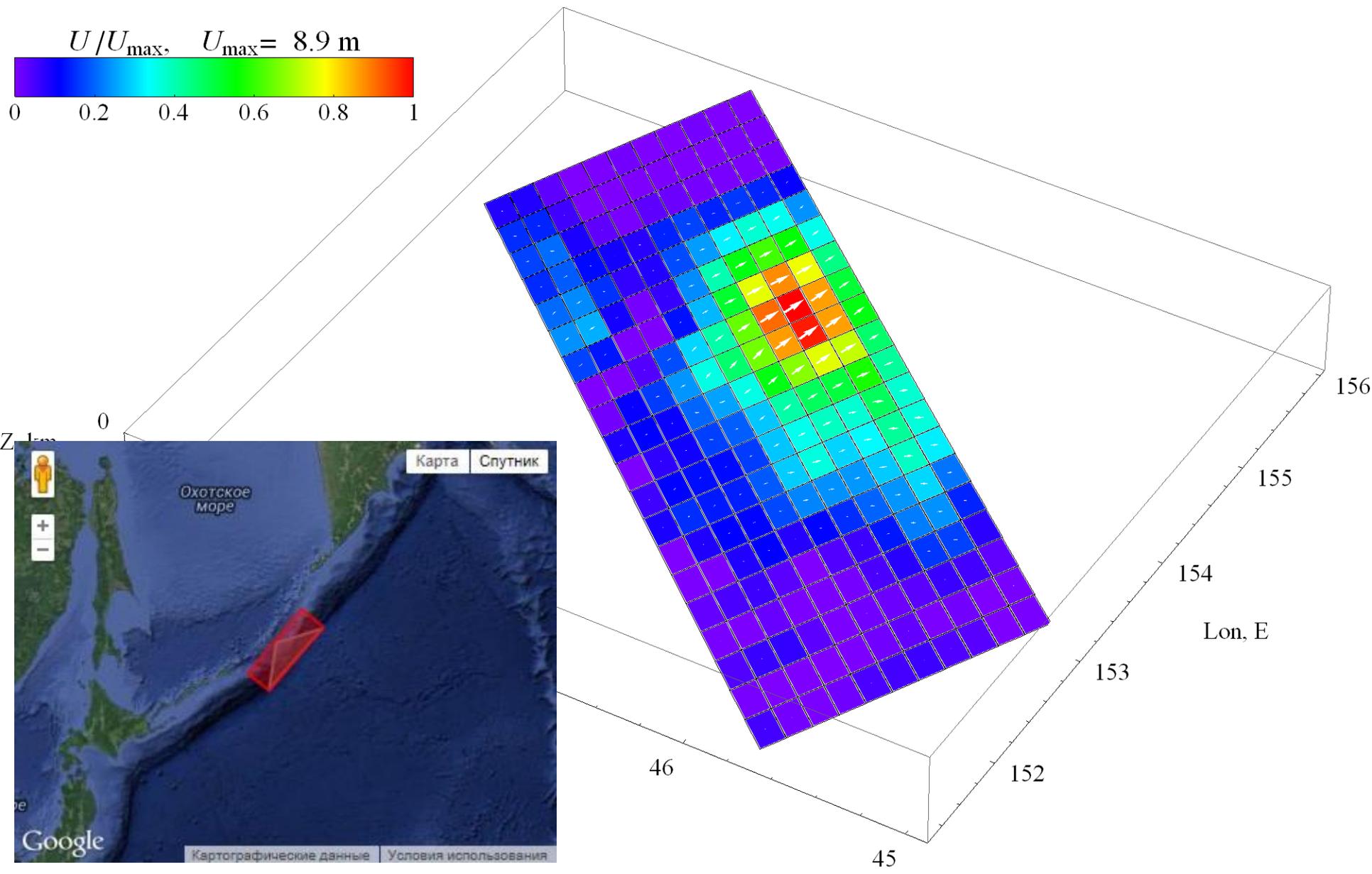
# Модельная прямоугольная площадка разрыва Центральные Курилы 15.11.2006 (CMT: Rake=92, Strike=215, Dip=15, Depth=13.5 км)



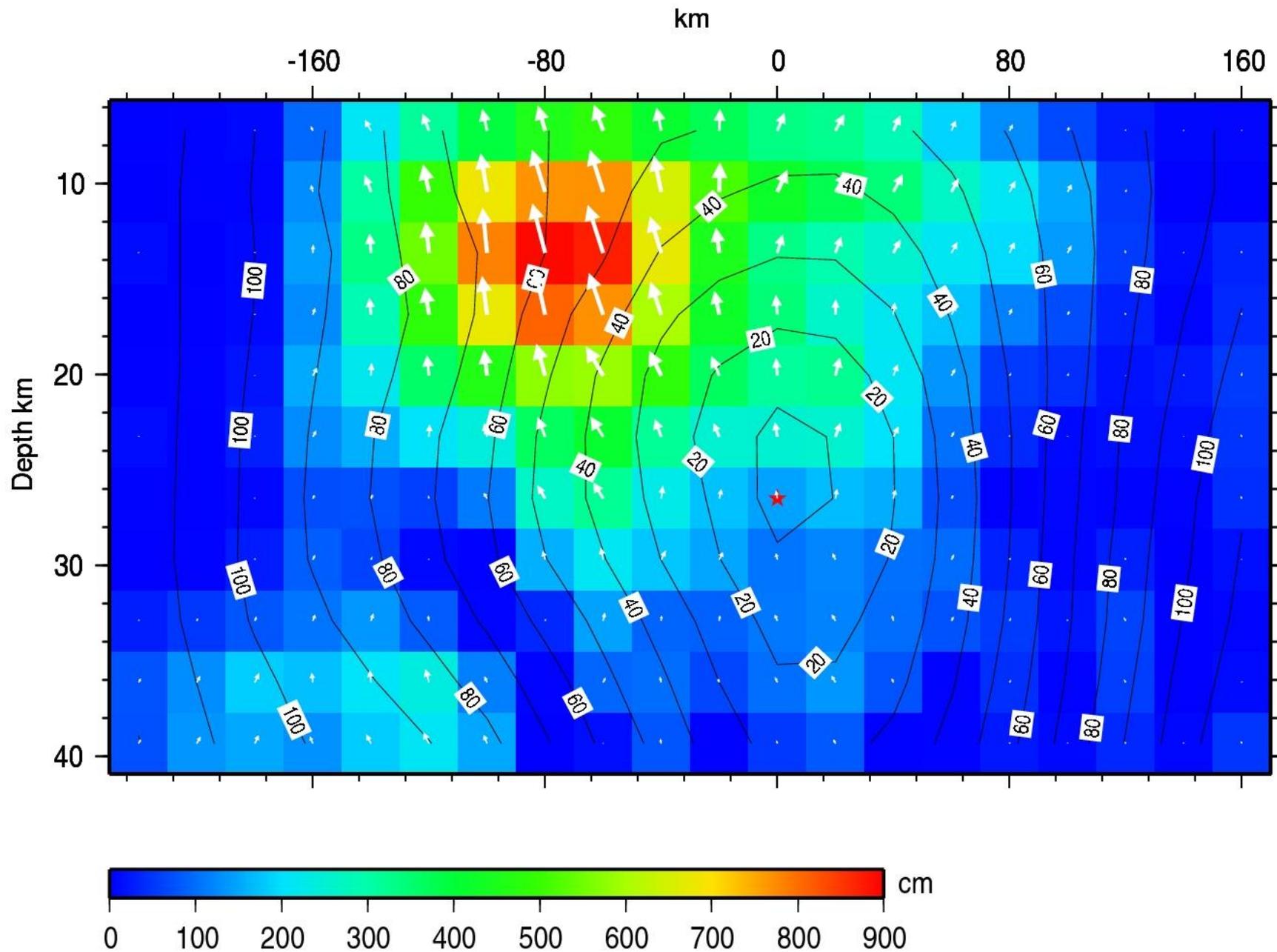
# Косейсмическая деформация дна, рассчитанная по формулам Окада

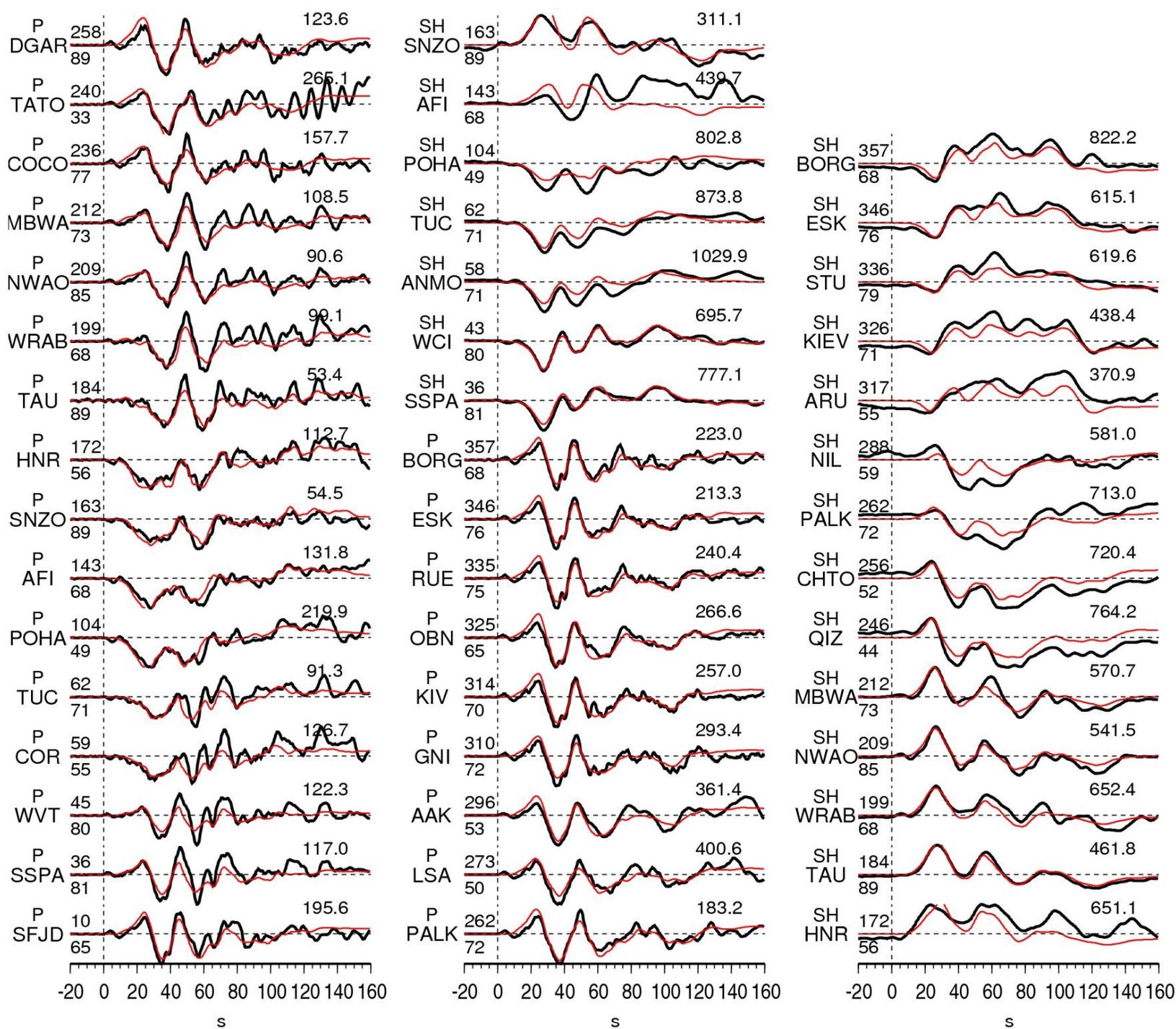


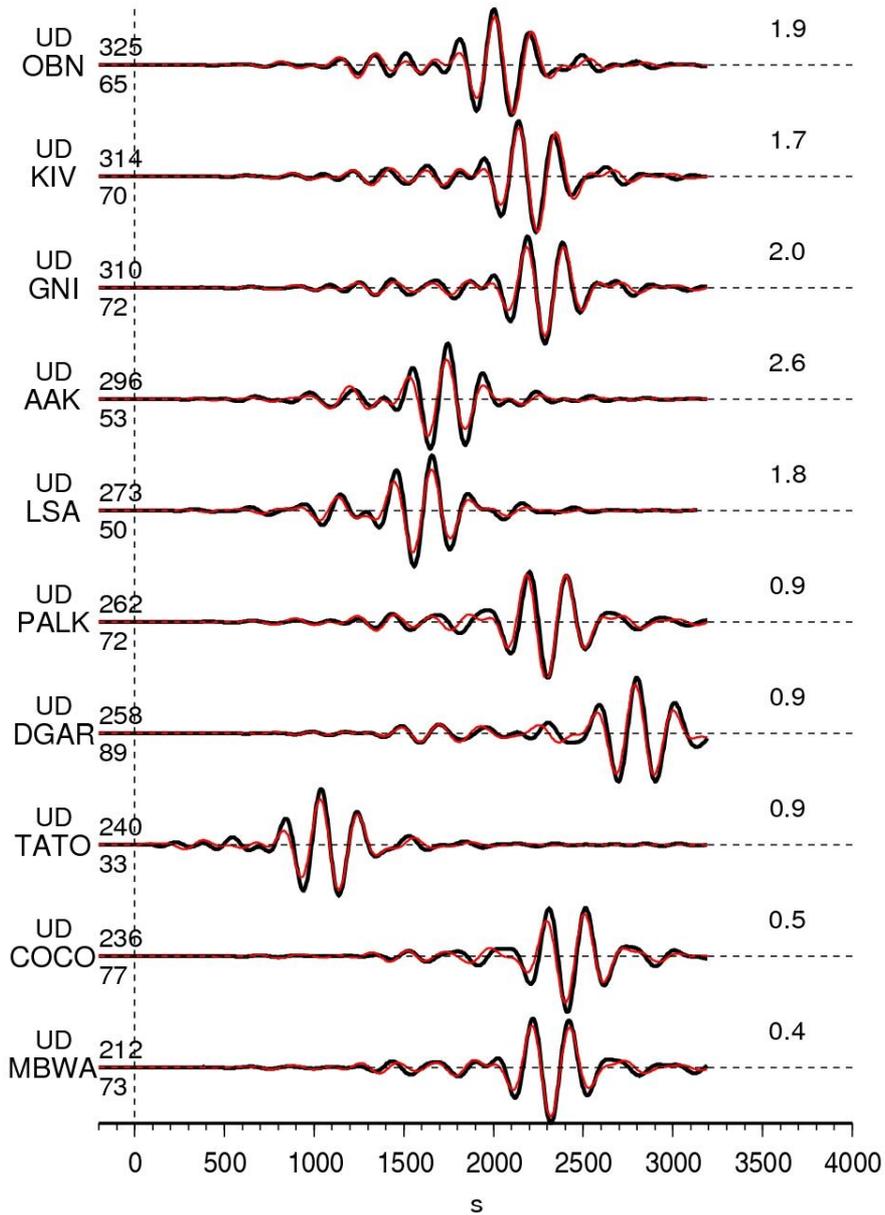
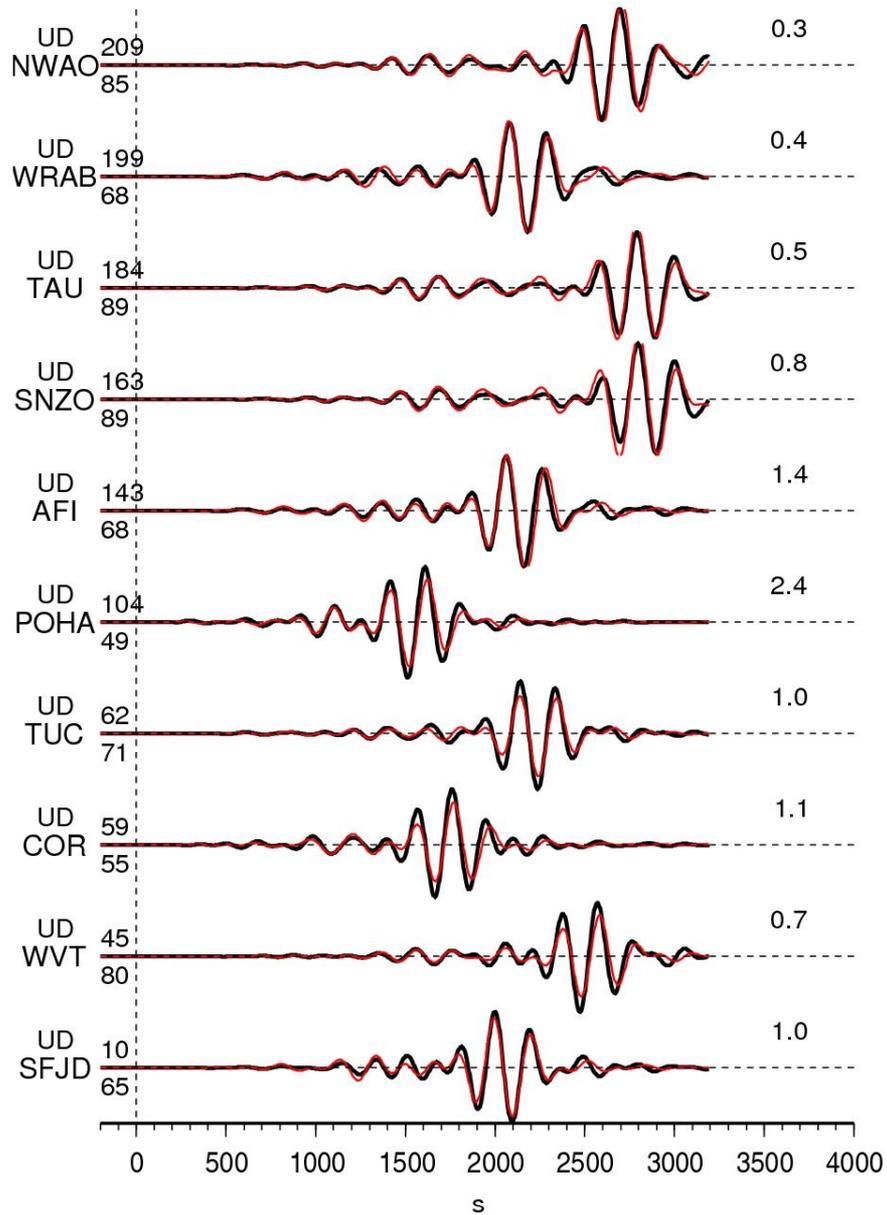
# Центральные Курилы, 15.11.2006 (Finite Fault Model)



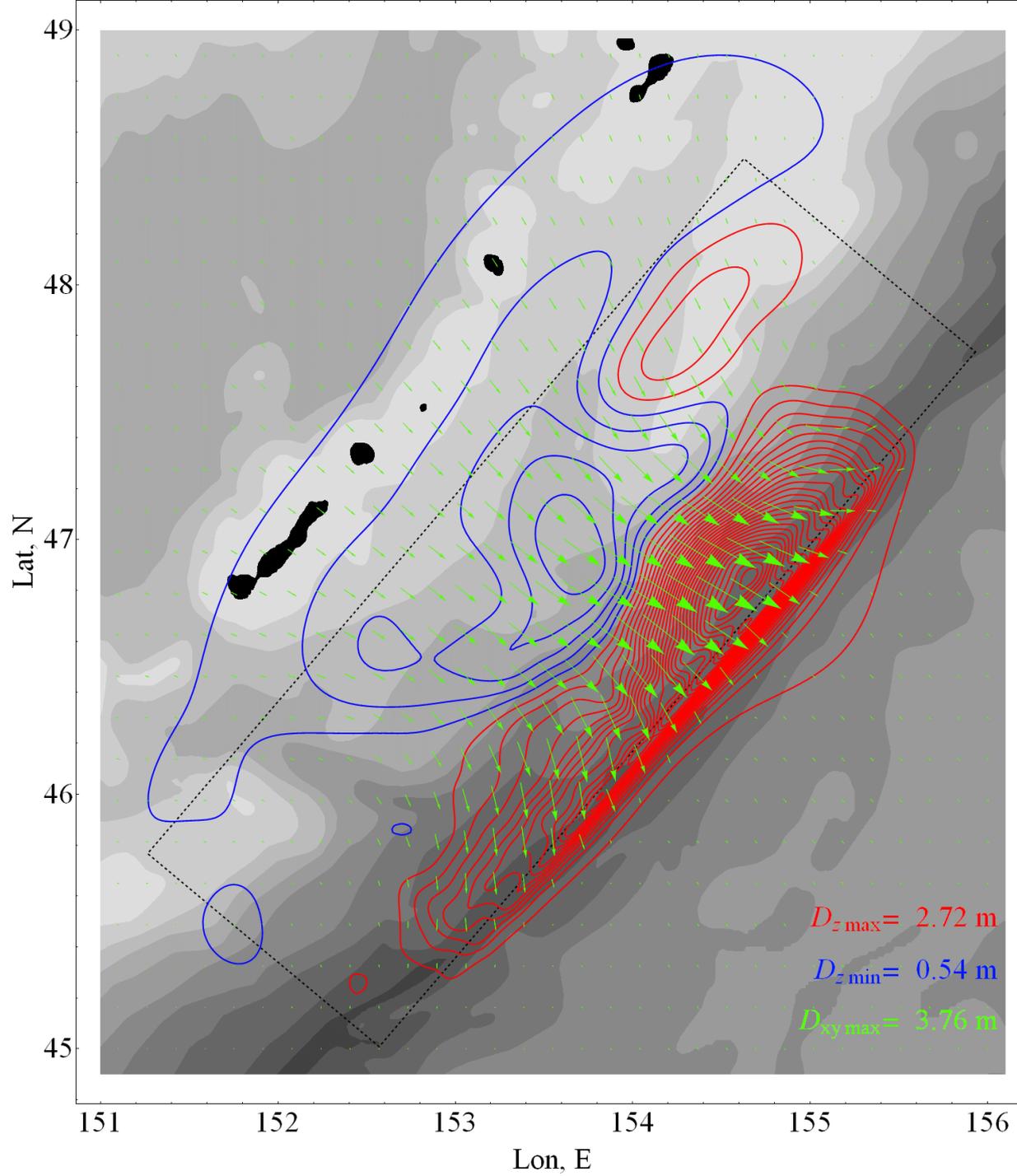
# Центральные Курилы, 15.11.2006 (Finite Fault Model)

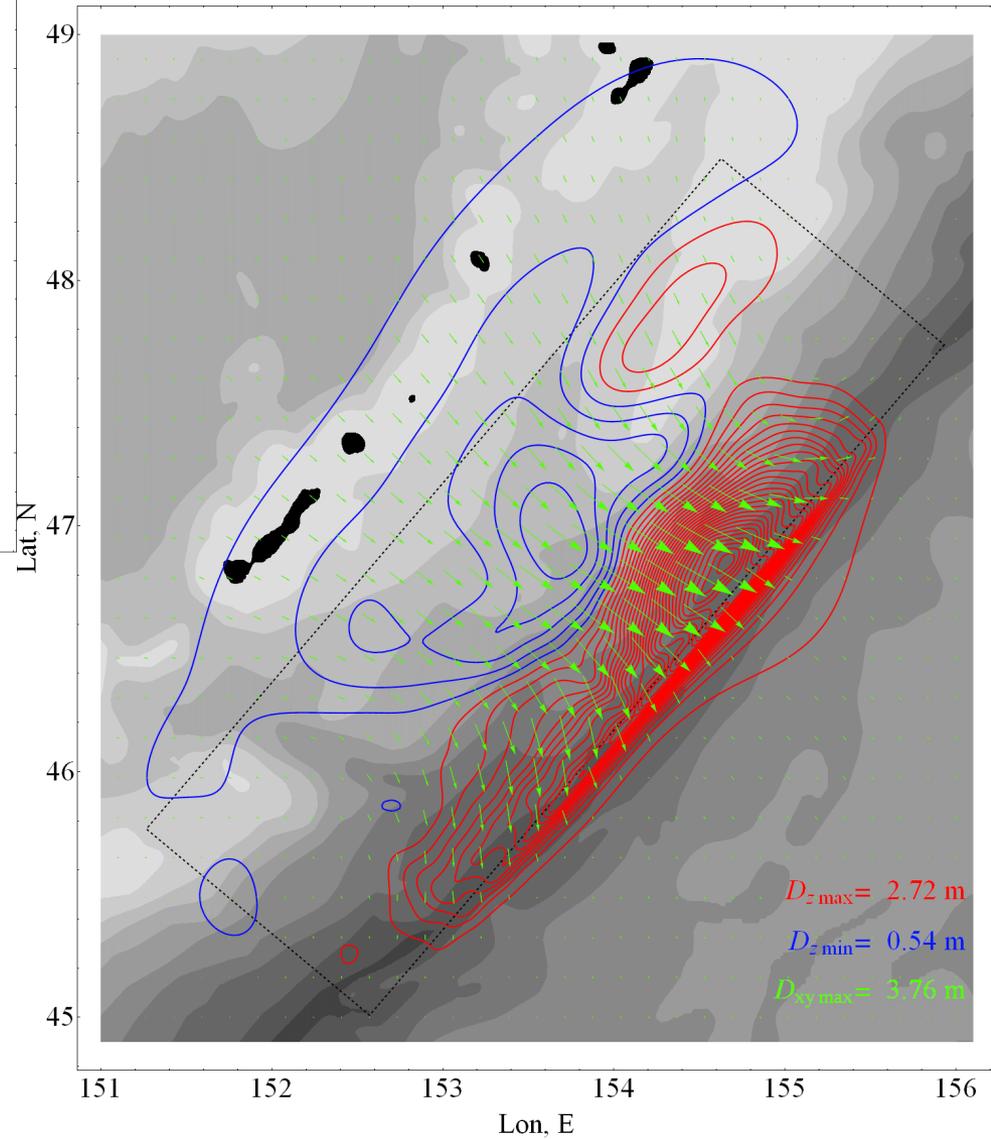
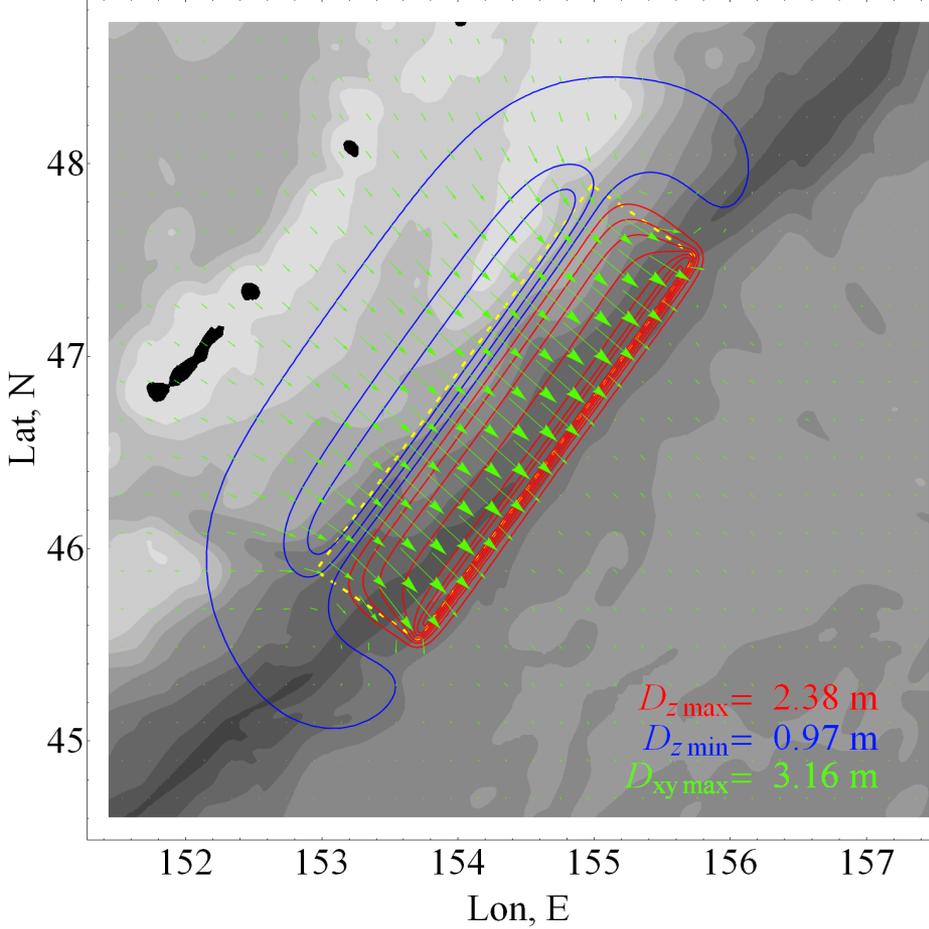




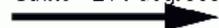


**Косейсмическая  
(остаточная)  
деформация дна  
океана в очаге  
цунами на  
Центральных  
Курилах  
15.11.2006**



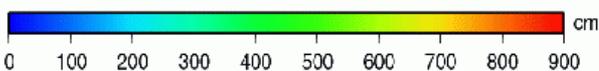
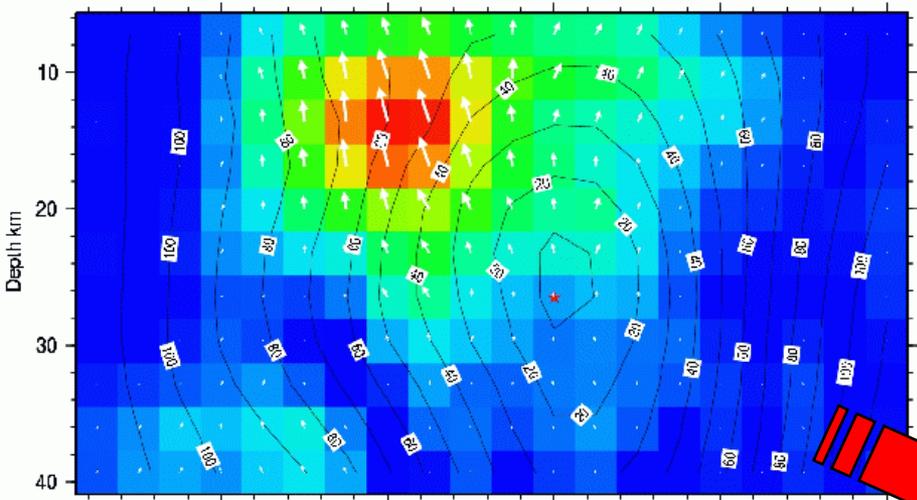


Strike= 214 degrees



km

-160 -80 0 80 160

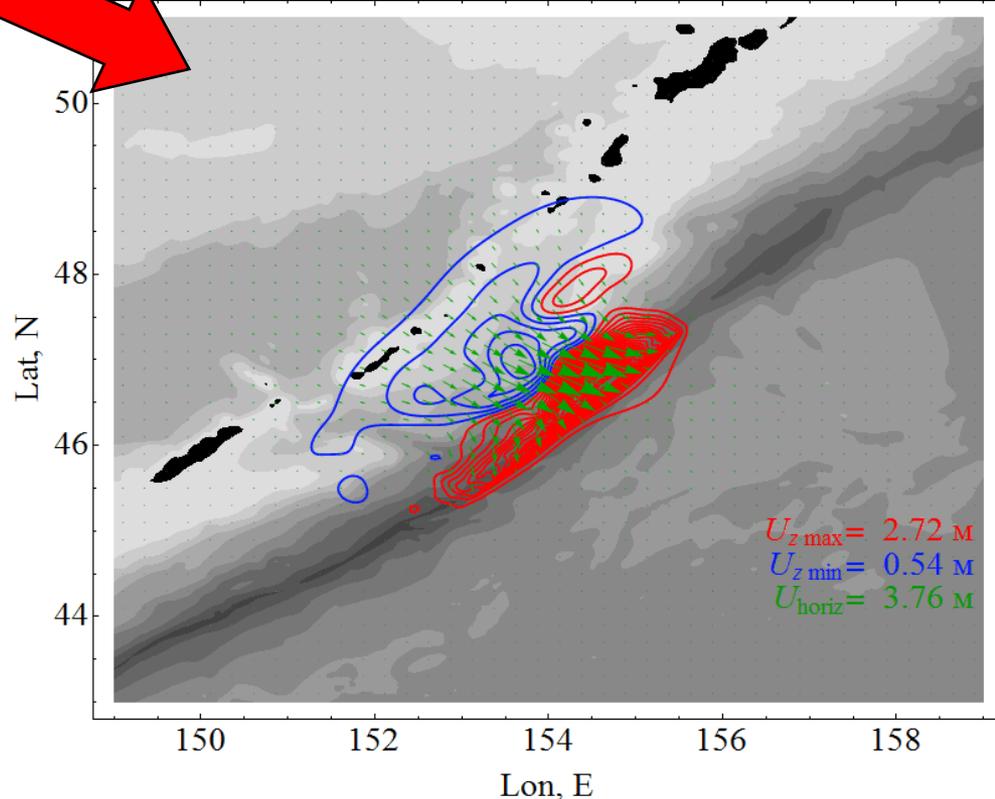


Residual (coseismic)  
ocean bottom deformation

Остаточная  
(косейсмическая)  
деформация дна

FFM - Finite Fault  
Model (slip distribution)

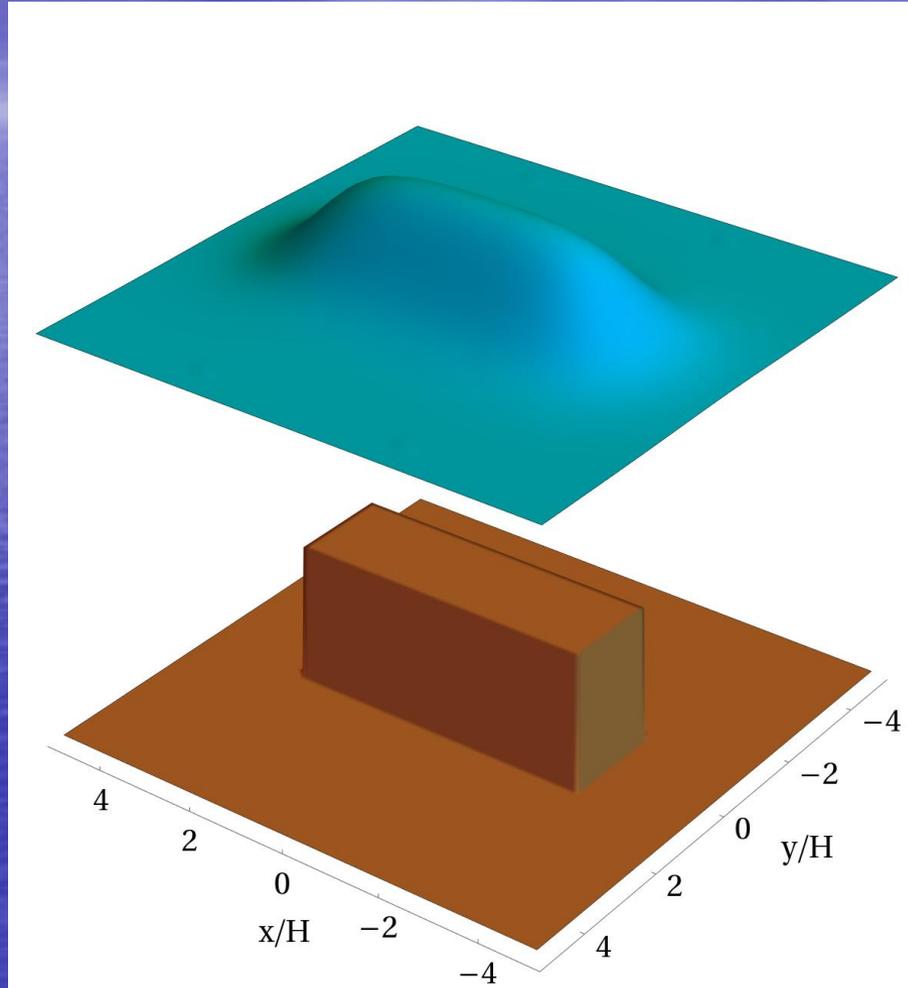
Распределение  
подвижки вдоль  
площадки разрыва



**Проявление деформации дна  
на поверхности воды - ?**

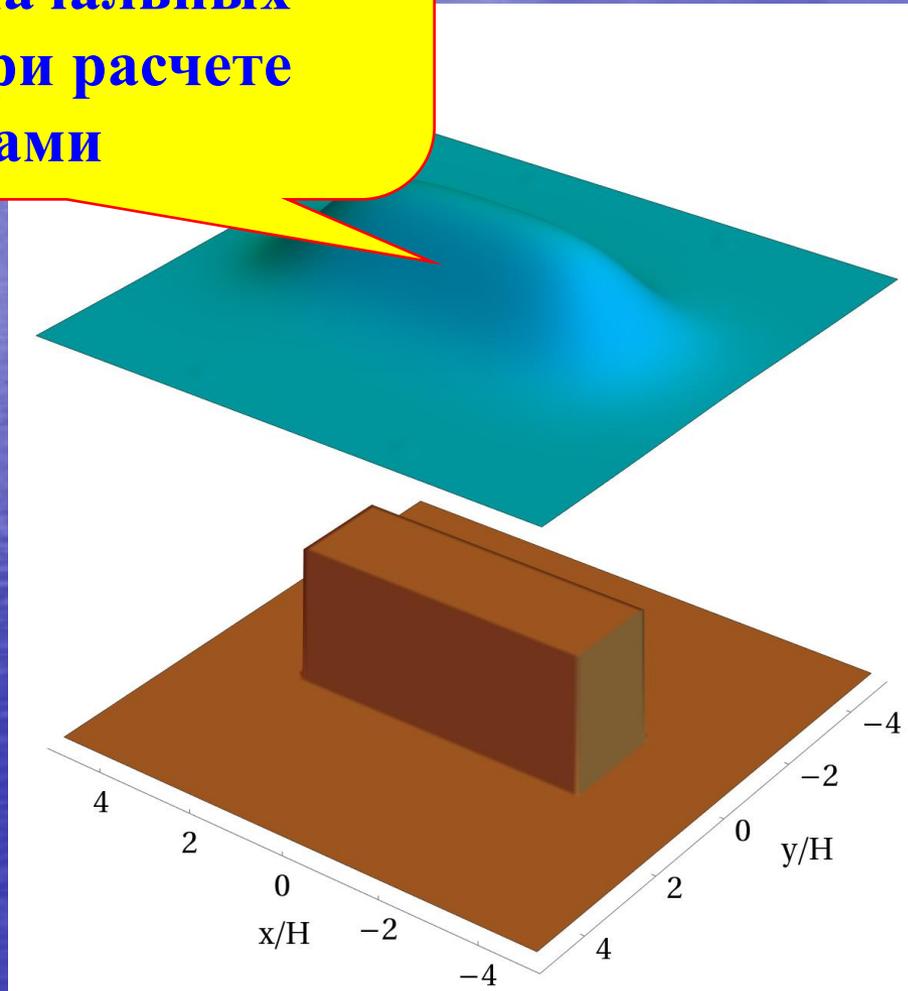


# Проявление деформации дна на поверхности воды - ?

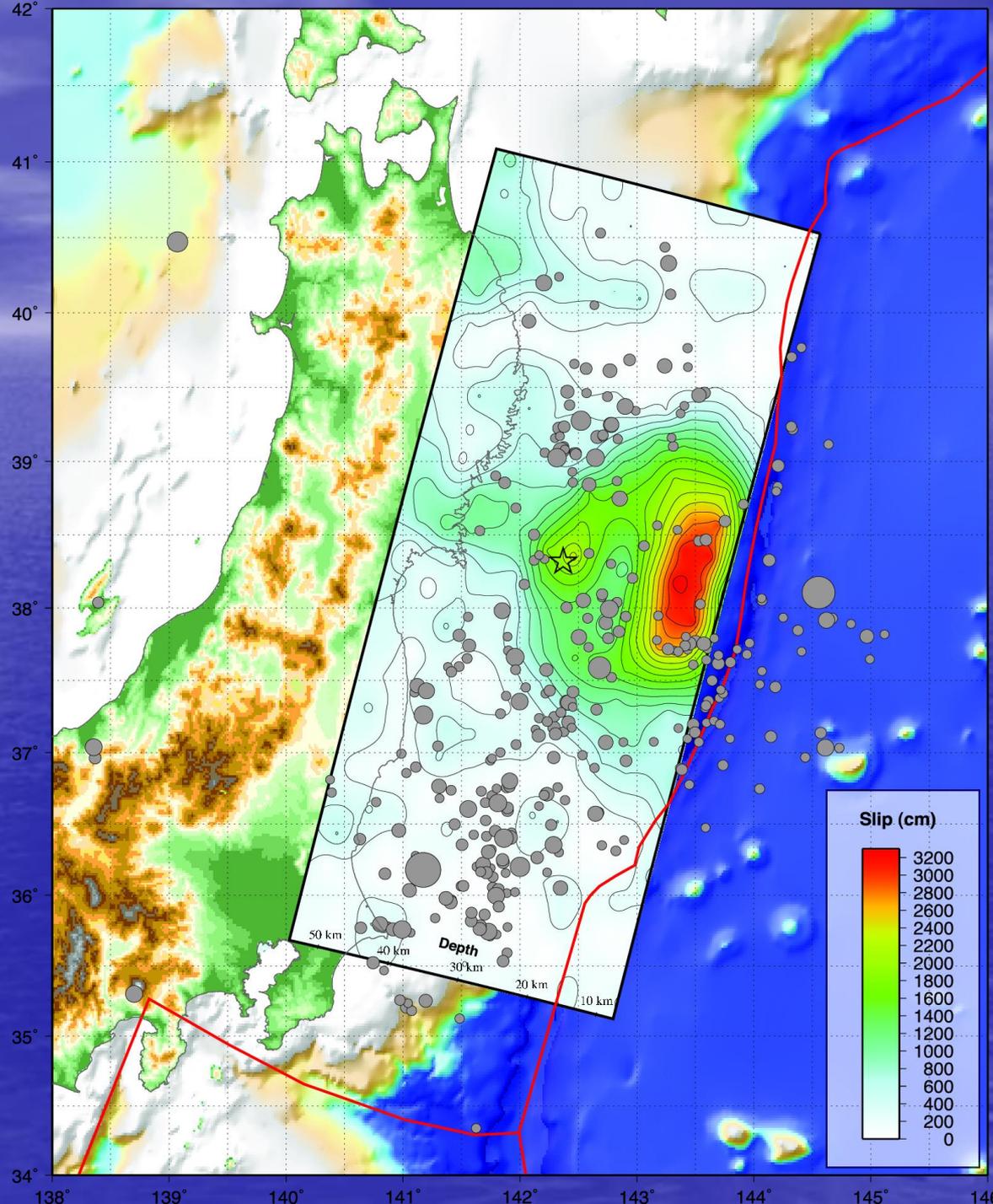


# Проявление деформации дна на поверхности воды - ?

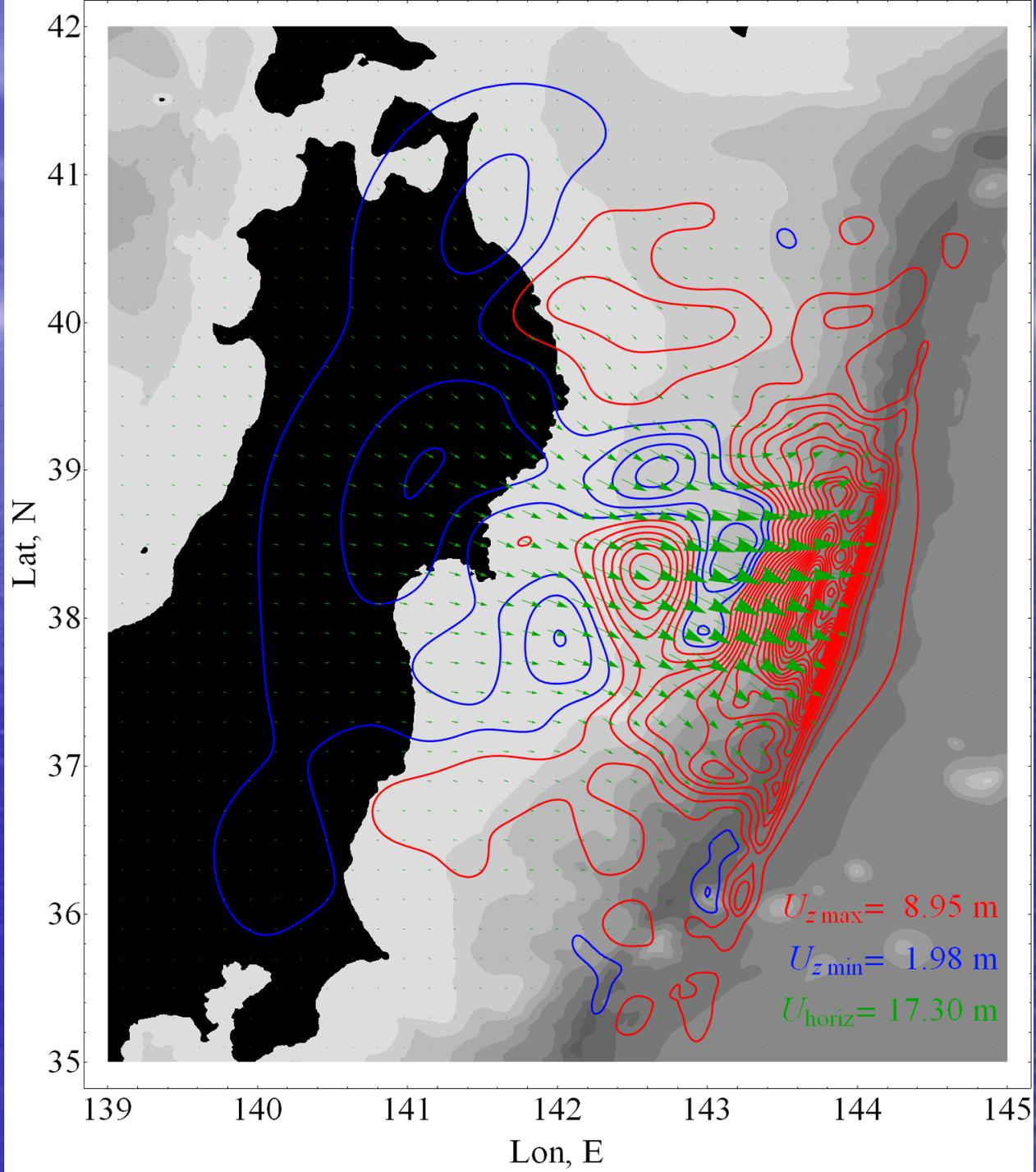
начальное возвышение -  
МОЖЕТ ИСПОЛЬЗОВАТЬСЯ В  
качестве начальных  
условий при расчете  
цунами



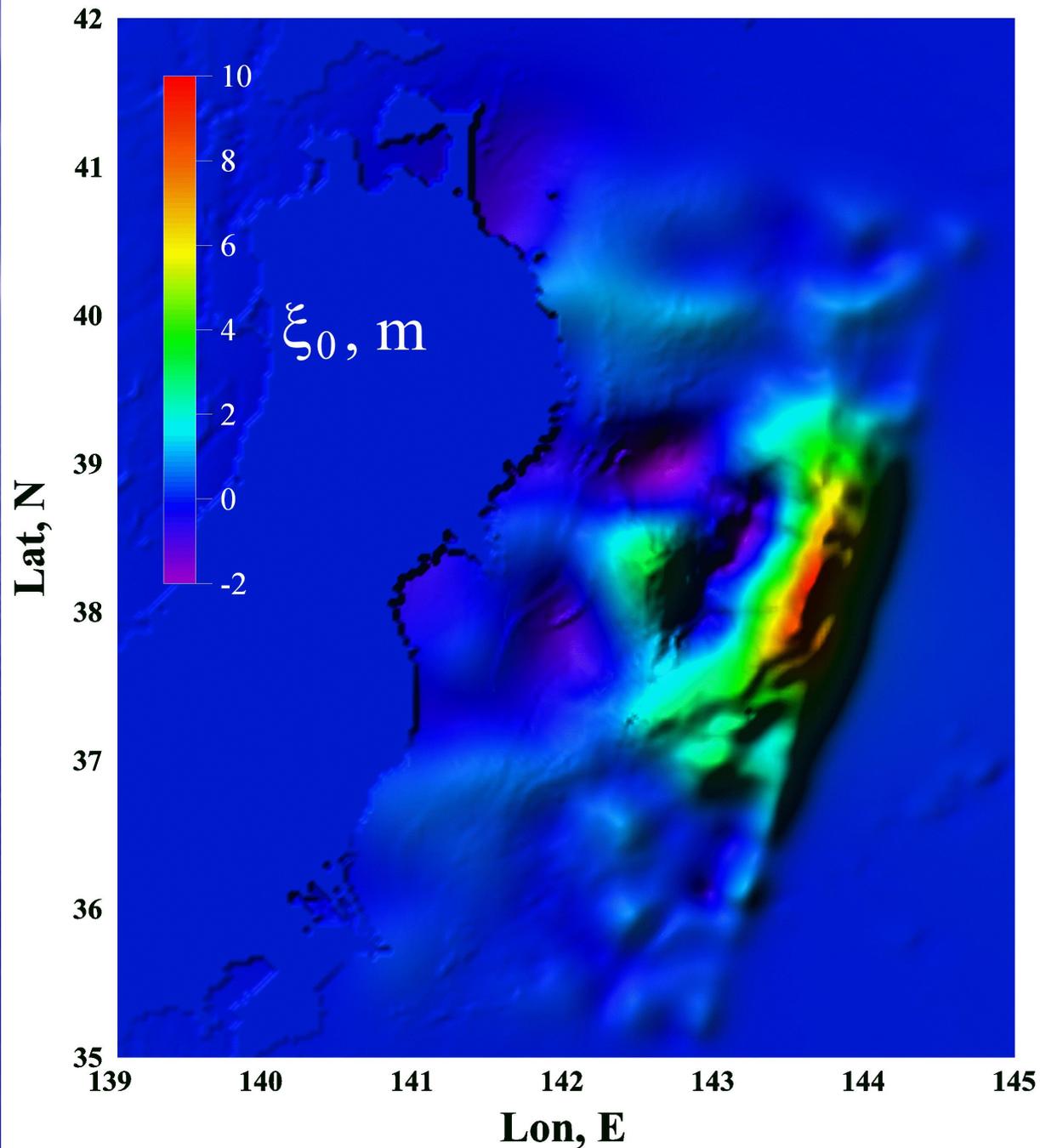
**Модель  
распределения  
подвижки для  
землетрясения 11  
марта 2011 г  
(USGS)**



**Косейсмическая  
(остаточная)  
деформация дна  
океана в очаге  
цунами Тохоку  
11.03.2011  
(Япония)**



**Начальное  
возвышение  
водной  
поверхности в  
очаге цунами  
11.03.2011**



# Метод расчета «источника цунами»

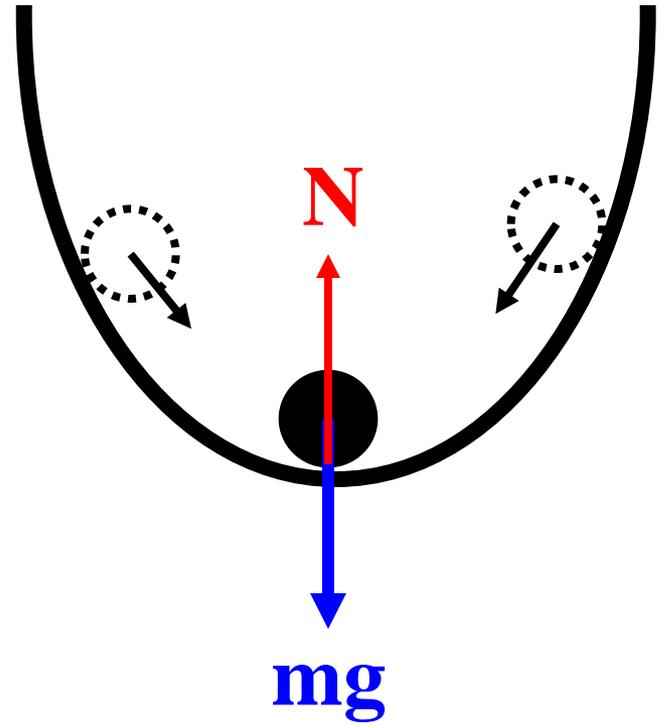
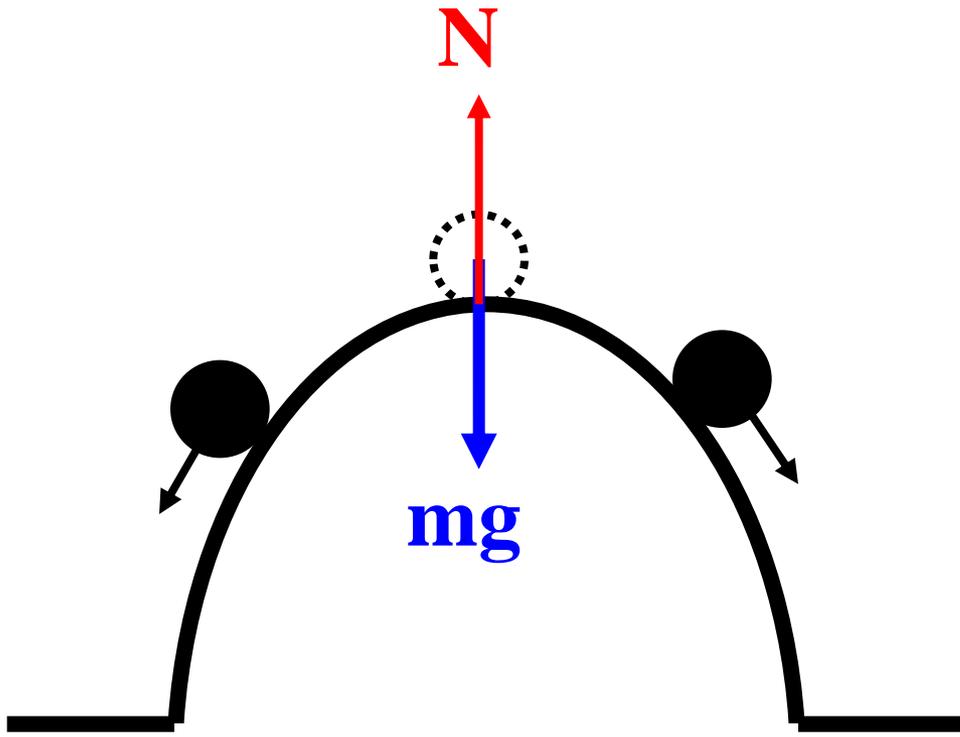
**Finite Fault Model**

**Формулы Окада  
и принцип суперпозиции**

**Остаточная деформация дна  
(векторное поле)**

**Остаточное смещение поверхности  
дна (скалярное поле)**

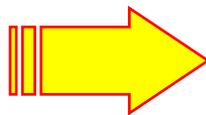
**Начальное возвышение водной  
пов-ти в очаге цунами**



# ТИПЫ ВОЛН

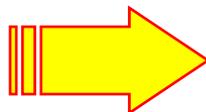
(классификация по типу возвращающей силы)

сила тяжести



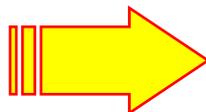
гравитационные  
поверхностные и  
внутренние

сила  
поверхностного  
натяжения



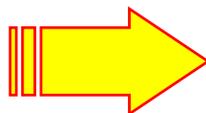
капиллярные

сила упругости



(гидро)акустические

сила Кориолиса



гироскопические  
(инерционные)